

«III ЛИПАНОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ»

Материалы региональной школы-семинара
молодых ученых, аспирантов и студентов
«Высокопроизводительные вычисления, визуальные технологии
и математическое моделирование задач механики, баллистики и управления
техническими и социально-экономическими системами»

(Ижевск, 13–14 июня 2024 г.)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

«Удмуртский федеральный исследовательский центр

Уральского отделения Российской академии наук»

«III ЛИПАНОВСКИЕ НАУЧНЫЕ ЧТЕНИЯ»

Материалы региональной школы-семинара
молодых ученых, аспирантов и студентов

«Высокопроизводительные вычисления, визуальные технологии
и математическое моделирование задач механики, баллистики и управления
техническими и социально-экономическими системами»

(Ижевск, 13–14 июня 2024 г.)



Издательство УИР ИжГТУ
имени М. Т. Калашникова
Ижевск 2024

Ответственные редакторы:

И. Г. Русяк, зав. кафедрой ПМИИТ, академик РАН, д-р техн. наук, проф.

ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

С. А. Королев, проф. кафедры ПМИИТ, д-р техн. наук, доц.,

ИжГТУ имени М. Т. Калашникова

Оргкомитет школы-семинара

А. М. Липанов – председатель оргкомитета, д-р техн. наук, проф., академик РАН, академик РАН, главный научный сотрудник ИПМ им. М. В. Келдыша, проф. ИжГТУ имени М.Т. Калашникова;

А. Н. Копысов – зам. председателя, канд. техн. наук, доц., проректор по научной и инновационной деятельности ИжГТУ имени М. Т. Калашникова;

В. Б. Дементьев – д-р техн. наук, проф., член-корреспондент РАН, руководитель Института механики УдмФИЦ УрО РАН;

В. В. Соболев – д-р физ.-мат. наук, проф., декан ф-та математики и естественных наук ИжГТУ имени М. Т. Калашникова;

И. Г. Русяк – д-р техн. наук, проф., академик РАН, зав. кафедрой ПМИИТ ИжГТУ имени М. Т. Калашникова;

С. А. Королев – секретарь конференции, д-р техн. наук, проф. кафедры ПМИИТ

Программный комитет

А. А. Айзикович, *К. И. Дизендорф*, *А. И. Карпов*, *К. В. Кетова*, *М. А. Корепанов*, *Н. П. Кузнецов*, *М. А. Плетнев*, *С. Г. Селетков*, *В. Г. Суфиянов*, *В. А. Тенев*, *А. Ю. Федотов*, *Ю. А. Шихов*

«III Липановские научные чтения» : материалы региональной школы-семинара молодых ученых, аспирантов и студентов «Высокопроизводительные вычисления, визуальные технологии и математическое моделирование задач механики, баллистики и управления техническими и социально-экономическими системами» (Ижевск, 13–14 июня 2024 г.) – Ижевск : Изд-во УИР ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2024. – 161 с. – 9,9 МБ. – Текст : электронный.

ISBN 978-5-7526-1047-9

В сборнике представлены материалы докладов, включенных в программу региональной школы-семинара молодых ученых, аспирантов и студентов, посвященной достижениям научной школы академика РАН, академика РАН Алексея Матвеевича Липанова в ИжГТУ имени М. Т. Калашникова («III Липановские научные чтения»). Тематика охватывает широкий спектр проблем научных исследований, проводимых в рамках данной научной школы, а также другие смежные вопросы математического моделирования.

Предназначен для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов.

УДК 001.89:378+531/534:519.6+519.711.3(06)

ISBN 978-5-7526-1047-9

© ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2024

© Оформление. Издательство УИР ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2024

Академик Алексей Матвеевич Липанов



Алексей Матвеевич Липанов – выдающийся ученый и организатор науки, академик РАН, академик РАН, лауреат Государственной премии СССР и премии Правительства Российской Федерации в области науки и техники, получивший признание в широких кругах отечественной и зарубежной научной общественности за крупный вклад в развитие исследований внутрикамерных процессов в установках на твердом топливе, теории гидромеханики турбулентных процессов, физики твердого тела и механики вязких ньютоновских и неньютоновских жидкостей. Он является основоположником современной внутренней баллистики систем на твердом топливе, одним из создателей отечественных межконтинентальных твердотопливных ракет наземного и морского базирования. А. М. Липанов – автор более 800 научных работ, 17 монографий и учебников, 65 изобретений и патентов, им подготовлено более 80 докторов и кандидатов наук.

Окончив в 1959 году с отличием Томский университет по специальности «баллистика» с квалификацией «математик-механик», был распределен в НИИ-125 – Научно-исследовательский химико-технологический институт (г. Дзержинский Московской обл.), ныне ФГУП «Федеральный центр двойных технологий “Союз”», где работал вначале инженером, затем начальником отдела и начальником вычислительного центра.

В 1965 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук, в 1970 году защитил докторскую диссертацию, посвященную решению проблемы обоснования моделирования процессов внутренней баллистики РДТТ на основе газодинамического подхода с учетом случайных полей скорости горения заряда по его объему. В 1975 ему присвоено ученое звание «профессор» по специальности «Механика жидкости, газа и плазмы».

С 1975 по 1983 год – ректор Ижевского механического института, ныне ФГБОУ ВО «ИжГТУ имени М. Т. Калашникова».

В 1983 году А. М. Липанова назначают заместителем министра высшего и среднего специального образования РСФСР по науке.

В 1987 году его избрали член-корреспондентом АН СССР.

В 1988 году по поручению академика АН СССР Г. А. Месяца он приехал в Ижевск в качестве уполномоченного по созданию Удмуртского научного центра УрО АН СССР. В марте 1991 года под его руководством был создан Институт прикладной механики УрО АН СССР, а декабре 1991 года – Удмуртский научный центр УрО АН СССР, где он был руководителем вплоть до 2013 года.

За цикл работ в области исследования турбулентных потоков теоретическими средствами (прямое численное моделирование уравнений Навье – Стокса, с использованием высокоточных разностных методов) А. М. Липанов в 2000 году был удостоен звания академика РАН.

С 2013 года работает главным научным сотрудником Института прикладной математики РАН имени М. В. Келдыша (г. Москва) и по совместительству профессором ИжГТУ имени М. Т. Калашникова.

СОДЕРЖАНИЕ

Пленарное заседание.....	7
<i>Дементьев В. Б., Липанов А. М.</i> Новое поколение технологий, обеспечивающих раскрытие резервов существующих материалов на основе ВТМО винтовым обжатием.....	7
<i>Клюкин Д. А., Суфиянов В. Г.</i> Математическое моделирование колебаний ствола автоматической пушки с неколецевым поперечным сечением.....	13
<i>Королев С. А., Нефедов Д. Г., Мансуров Р. Р.</i> Решение задачи повышения дальности и точности стрельбы на основе математического моделирования и комплексной оптимизации.....	20
 Секция 1. Математическое моделирование задач механики, физики, химии.....	30
<i>Булатов В. А.</i> Программная реализация численного решения уравнения теплопроводности на неравномерной подвижной сетке.....	30
<i>Дюкин А. Е.</i> Разработка приложения для моделирования процесса нагрева твердого тела с использованием пакета Simulink в среде MatLab.....	36
<i>Майков Д. Н.</i> Методы ускорения вычислительных процессов в интерпретации гидродинамических исследований скважин.....	41
<i>Тугбаева А. С., Ицков А. Г.</i> Исследование мер близости гидроакустических сигналов в пространстве признаков.....	47
<i>Хамидуллин Р. Р., Кузнецов Н. П.</i> Пути повышения эффективности эксплуатации городских централизованных систем тепло-, водоснабжения.....	51
 Секция 2. Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов.....	59
<i>Королев С. А., Трефилов Д. А.</i> Разработка программного обеспечения для моделирования и оптимального управления движением планирующего снаряда.....	59
<i>Королев С.А., Федоров А. И.</i> Математическое моделирование движения управляемого реактивного снаряда.....	68
<i>Моряков С. Н.</i> Решение основной задачи внутренней баллистики выстрела для зерненного пороха в одномерной газодинамической постановке.....	75
<i>Рылов Д. А.</i> Исследование возможности повышения характеристик артиллерийского вооружения за счет комплексного решения задач внутренней и внешней баллистики.....	83
<i>Суфиянов В. Г., Бондарев Ф. С.</i> Исследование влияния движения снарядов внутри ствола и колебаний ствола на формирование начальных условий вылета снаряда из дульного среза.....	92
<i>Федорычев Е. А.</i> Разработка программного обеспечения для решения основной задачи внутренней баллистики в термодинамической постановке....	100
<i>Юминов А. Ю., Нефедов Д. Г.</i> Разработка интеллектуальной системы прицеливания с элементами дополненной реальности.....	107

Секция 3. Теория управления и математическое моделирование технических и социально-экономических систем	111
<i>Вавилова Д. Д., Зерари Р.</i> Сравнение методов Хука – Дживса и наименьших квадратов при решении задачи идентификации параметров производственной функции Солоу.....	111
<i>Жиделева А. А., Васильева И. В.</i> Изучение интеллектуального потенциала населения на примере Удмуртской Республики	118
<i>Загребина А. А., Кетова К. В.</i> Разработка программного комплекса анализа и моделирования демографических характеристик, а также поведения работающих людей пенсионного возраста на рынке труда	126
<i>Кузьмин М. С., Риянова Р. Р.</i> Об оценке величины и динамики человеческого капитала Удмуртской Республики	133
<i>Кузьминых И. С., Нефедов Д. Г.</i> Разработка программного обеспечения обработки эпикризов с использованием нейросетевых моделей.....	139
<i>Никитин А. А.</i> Разработка приложения для композиции двух изображений с помощью вейвлет-преобразования в среде MatLab.....	147
<i>Черепанова А. С., Корепанова А. В.</i> Моделирование рождаемости в Удмуртской Республике в делении по типу поселения и очередности рождения детей.....	152
Сведения об авторах	158

УДК 621.774

Новое поколение технологий, обеспечивающих раскрытие резервов существующих материалов на основе ВТМО винтовым обжатием

В. Б. Дементьев^{1,2}, *А. М. Липанов*^{2,3}

¹Институт механики УдмФИЦ УрО РАН,

²Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова,

³Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

В статье рассмотрены упрочняющие технологии изготовления ствольных заготовок на основе высокотемпературной термомеханической обработки (ВТМО) винтовым обжатием со сложным деформированным состоянием трубной заготовки и регулируемым охлаждением (закалкой). Для высокотемпературных систем разработаны способы биметаллизации с жаропрочным внутренним слоем (наплавка, пайка, горячее прессование).

Ключевые слова: ствольная заготовка, термомеханическая обработка, винтовое обжатие, деформированное состояние.

Современное вооружение и военная техника (В и ВТ) все более направлены на выполнение задач, связанных с повышением дульной энергетики, дальности и кучности стрельбы, что, соответственно, влечет за собой рост эксплуатационных нагрузок и рабочих напряжений. В связи с этим актуальной является проблема развития технологического обеспечения изготовления изделий, испытывающих экстремальные нагрузки. В полной мере это относится к ствольному огнестрельному оружию и будет определяться комплексом показателей качества (физико-механическими свойствами материала, точностью размеров и формы, качеством поверхности, характером распределения и величиной остаточных напряжений и др.), что в целом будет определяться уровнем технологии производства.

Для производства стволов гладкоствольного и нарезного оружия на сегодня весьма актуальна проблема использования в машиностроительном цикле металлургической трубной заготовки, что позволяет повысить КИМ в 1,5–1,7 раза и существенно снизить трудоемкость механической обработки за счет исключения из технологического процесса операции глубокого сверления. Кроме

того, актуальны вопросы, связанные с заменой радиального обжата, возникающие в силу того, что радиально-обжимные машины весьма дороги, а их парк находится на пределе эксплуатационных характеристик.

Традиционно в производстве стволов используется исходная заготовка сплошного сечения (горячекатаный прокат, периодический прокат, поковка ГKM), а формообразование канала начинается с операции глубокого сверления. При этом низок КИМ (до 0,3) и достаточно велико штучное время на операции глубокого сверления. Механические свойства материала ствола формируются на отдельно выполняемых операциях термической обработки (закалка с отпуском) с экологически неблагоприятными технологическими факторами.

Для трубных заготовок с параметром толстостенности $a = 2 - 4$ наиболее характерным для стволов ($a = D/d$, где D – наружный диаметр, d – диаметр канала заготовки), практически единственным способом получения в металлургическом цикле является прошивка с последующим редуцированием на станах поперечно-винтовой прокатки. Этот процесс отличается высокой производительностью, но при этом имеет такие недостатки, как:

- сохранение винтового следа на наружной поверхности и в канале трубной заготовки с высотой гребня до 0,5 мм и шагом 25–30 мм от прошивной оправки;
- разброс диаметра канала в партии заготовок до 1 мм, разностенность до 0,6–0,8 мм, непрямолинейность оси канала до 0,9 мм;
- наличие слоя окалины на наружной и внутренней поверхности толщиной до 0,3 мм, низкое качество поверхности, а также высокая анизотропия механических свойств по длине и сечению заготовки.

Наличие такого рода дефектов затрудняет использование металлургических горячекатаных трубных заготовок в машиностроительном цикле с той эффективностью, на которую они и были ориентированы.

Для применения в машиностроительном цикле металлургических трубных заготовок данного диапазона размеров и гаммы материалов целесообразно проводить калибровку горячекатаных заготовок, используя в начале машиностроительного цикла процесс ВТМО (высокотемпературной термомеханической обработки) с деформацией трубной металлургической заготовки винтовым обжатием (ВО) в неприводной трехроликовой клетки на короткой удерживаемой охлаждаемой оправке (рис. 1). На настоящее время данная технологическая схема, инструмент и оснастка разработаны и опробованы в условиях выпуска опытно-промышленных партий трубных заготовок [1–3]. Согласно этой схеме заготовка непрерывно-последовательно проходит три стадии обработки, объединенных в одном технологическом цикле, а именно:

- индукционный нагрев токами высокой частоты до температуры аустенизации;
- пластическую деформацию в неприводной трехроликовой клетки на оправке);
- охлаждение (закалку) в спрейерном устройстве (одностороннее наружное;

– одностороннее внутреннее, комбинированное с регламентированным отношением расходов охладителя в наружном и внутреннем спрейерах – в зависимости от требований к структуре и свойствам материала по сечению стенки заготовки.

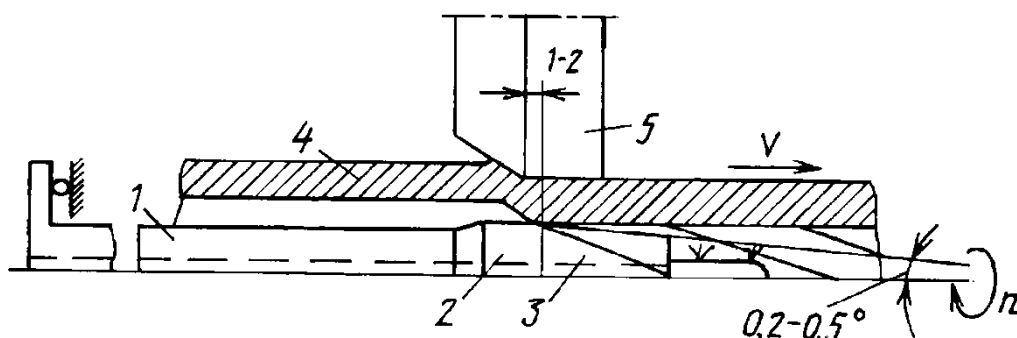


Рис. 1. Схема получения профиля канала

Как показали исследования, при этом обеспечиваются:

- точность размеров канала на уровне 9–11-х квалитетов точности;
- разностенность на уровне 0,2 мм;
- непрямолинейность оси канала 0,2–0,25 мм;
- качество поверхности на уровне 1,25 мкм;
- сочетание высокой прочности (1500 МПа) и вязкости (0,6 МДж/м² и более). При этом повышается КИМ до 0,6–0,7 и снижается трудоемкость и себестоимость изготовления на 15–20 %. Иными словами, обеспечивается комплексное формирование повышенных показателей качества и повышение эффективности производства подобных изделий.

Поэтому в области производства стволов стрелкового оружия целесообразно ориентироваться на работы по использованию технологии и оборудования процесса ВТМО винтовым обжатием (ВТМО ВО) металлургической трубной или полученной глубоким сверлением заготовки в условиях серийного производства как с калибровкой гладкого канала, так и с получением нарезов в том числе с нетрадиционным профилем (таблица, рис. 2).

Зависимость механических свойств от деформационной схемы

Режимы обработки					Механические свойства							
$t_{\text{деф,}}^{\circ}\text{C}$	$\varepsilon_{\text{обж,}}\%$	$t_{\text{отп,}}^{\circ}\text{C}$	$\tau, \text{ч}$	β'/β_p	$\sigma_B,$ МПа	$\sigma_{0,2},$ МПа	$\delta, \%$	$\psi, \%$	КСУ МДж/м ²	$\tau_{нч},$ МПа	$\tau_{нч}^*,$ МПа	HRC
сталь 30ХГСН2А												
960-980	20	200	1,5	0,3	1780±16	1494±8	10,3±1,3	40,3±0,5	0,48±0,03	1440±10	1390±8	47-49
				0,6	1867±5	1532±4	11,0±0,6	37,6±1,5	0,47±0,04	1470±7	1400±7	47-50
				1,0	1856±5	1573±3	12,2±0,4	40,4±1,1	0,54±0,04	1510±10	1390±7	47-49
				1,1	1903±27	1585±6	12,1±0,4	42,1±1,6	0,53±0,02	—	—	47-49
				1,4	1740±10	1530±20	10,2±0,4	42,3±1,6	0,46±0,05	1480±8	1430±6	47-48
				1,7	1806±9	1568±20	10,0±0,6	45,4±1,7	0,60±0,07	1460±10	1390±10	48-50
(ОТО)Закалка, 900°C, масло		200	1,5	—	1750±6	1480±19	9,6±0,7	52,0±1,4	0,70±0,03	—	—	45-47

Из таблицы видно, как меняются свойства при деформации const от силовой схемы деформации. Показано, что при разнонаправленном деформировании в сочетании деформации по обжатию можно управлять всеми свойствами материала и достигать максимальных значений для всех свойств одновременно.

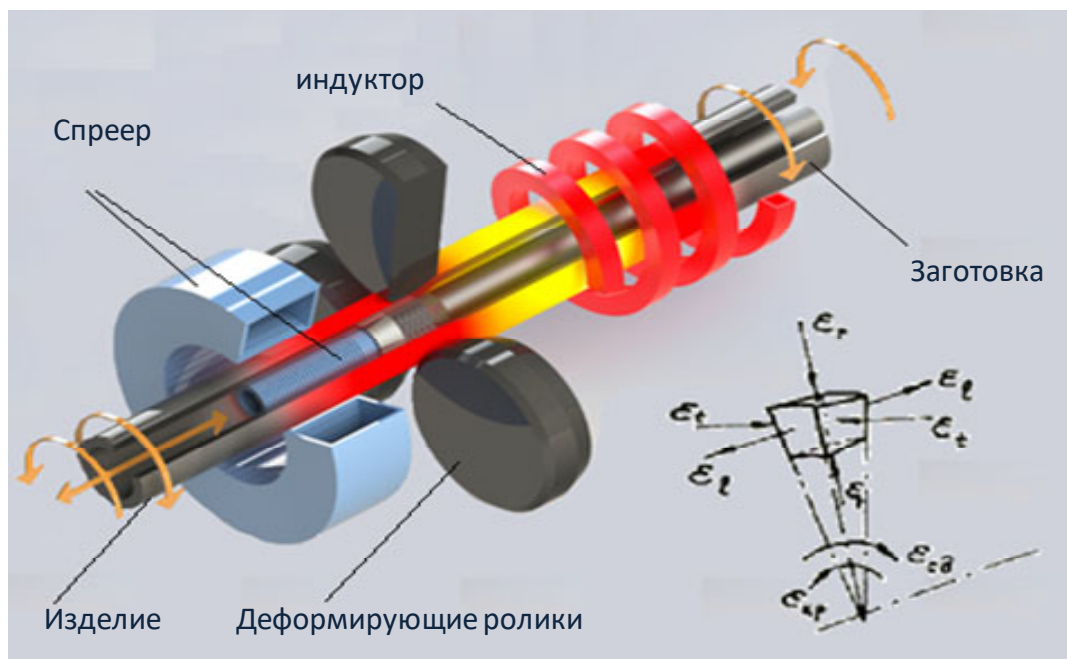


Рис. 2. Технологическая схема ВТМО ВО трубных заготовок на короткой удерживаемой охлаждаемой оправке

Операцию ВТМО ВО, а точнее горячее винтовое обжатие (ГВО), необходимо применять как в начале технологического процесса для калибровки исходной горячекатаной трубной заготовки, так и в конце (собственно ВТМО ВО) для формообразования профиля канала ствола. Этот вариант маршрута, на наш взгляд, является наиболее перспективным, т. к. позволяет исключить из технологического процесса радиальное обжатие, которое при всех положительных сторонах процесса (высокая производительность, возможность одновременного формообразования направляющей части канала ствола и патронника) не лишено недостатков (увод оси канала на последующих операциях механической обработки, изменение размеров патронника). В силу этого в проектных маршрутных технологических процессах предусмотрено использование и других способов окончательного формообразования канала ствола – электрохимической обработки, дорнования и, возможно, строжки или протягивания. Также предполагается использование технологии таких операций по получистовой обработке канала как гидроабразивная с переменным направлением потока в канале или разворачивание инструментом с винтовым зубом или регулируемым шагом. В дополнение к исключению операций глубокого сверления и термообработки это позволит исключить комплекты мерного режущего инструмента – разверток и сократить машинное время на данной операции. В принципе, ВТМО ВО (ГВО) может выполняться в металлургическом цикле

производства, тогда технологический процесс механической обработки ствола в машиностроительном цикле будет еще менее трудоемким.

С точки зрения стабильности процесса оправочного деформирования и в конечном итоге обеспечения производительности процесса представляет интерес работа оправки в очаге деформации и единичное обжатие e , характеризующее деформацию заготовки в клети за один оборот:

$$e = \frac{4\pi \operatorname{tg} \beta_p \operatorname{tg} \alpha}{g \left(1 + \frac{1}{a_n} \right)}, \quad (1)$$

где $a_n = D_3/d_3$ отношение диаметров ролика и заготовки; β_p – угол разворота роликов; α – угол конуса деформирующих роликов, g – коэффициент уменьшения наружного диаметра, $g = D_3/D_0$.

Погрешность вычисления единичного обжатия по формуле (1) не превышает 7 %, что позволяет использовать ее в инженерной практике при оценке проработки сечения трубных заготовок при винтовом обжатии и назначении технологических режимов. Так, для коэффициента изменения отверстия C_d

($C_d = \frac{d_k}{d_n}$, где d_k – конечный диаметр отверстия, d_n – начальный диаметр отвер-

стия заготовки, мм) на предварительной стадии методом аппроксимирующих функций получена следующая зависимость:

$$C_d = -7,854 + 0,065 \sin 22a_n + 0,024 \cos \beta e + 0,778 \cos \left(\frac{D_p/D_k}{30} \right).$$

Коэффициент множественной корреляции $K = 0,896$, F – критерий – 12,22.

Говоря о применении оправок при калибровке трубных заготовок винтовым обжатием, следует отметить, что из двух основных схем оправочного деформирования – на длинных неудариваемых и коротких удариваемых оправках – последняя обладает более широкими технологическими возможностями за счет управления положением рабочей части оправки в очаге деформации, возможности различной профилировки рабочей части, обеспечения комбинированного охлаждения заготовки изнутри и снаружи, что ведет к формированию благоприятного распределения остаточных напряжений [4].

Для высокотемпературных систем разработаны способы биметаллизации с жаропрочным внутренним слоем (наплавка, пайка, горячее прессование).

Образование биметаллического соединения связано с последовательным прохождением двух взаимосвязанных основных этапов: технологического и физико-химического. Главный параметр диффузии – перенос массы металла через единицу площади сечения за единицу времени. Основной причиной перемещения растворенного вещества служат разность его концентраций в соседних объемах и стремление к равномерному распределению. Длительность протекания физико-химического этапа определяется как технологическими

параметрами метода соединения, так и свойствами соединяемых материалов. Формирование биметаллического соединения металлов заканчивается на стадии взаимной диффузии химических элементов. Во многих случаях биметаллы подвергаются дополнительной термической обработке, что вызывает дальнейшее диффузионное перераспределение атомов химических элементов на границе соединения и увеличение диффузионной зоны. Для управления процессом получения биметаллического соединения разработаны технология и режимы термодиффузионной обработки для направленности диффузии атомов на границе соединения, и получения определенной ширины диффузионной зоны в биметаллических соединениях в зависимости от химических составов соединяемых материалов [5].

Разработанные технологии позволяют:

- повысить характеристики прочности, пластичности и ударной вязкости одновременно;
- повысить характеристики конструктивной прочности в 1,3–1,5 раза;
- снизить трудоемкость механической обработки;
- исключить из технологии производства кислотные методы удаления окалины;
- использовать при закалке (упрочнении) экологически чистые воду и водовоздушные среды взамен масел, солей, полимеров и т. п.

Список литературы

1. *Дементьев, В. Б.* Перспективы применения совмещенных процессов деформации и термической обработки для обеспечения эксплуатационной надежности деталей // Сборник статей. – Ижевск : Ижевский механический институт, 1989. – Вып. 1. – С. 3–16.
2. О направленности упрочнения при термомеханической обработке / О. И. Шаврин, Л. Л. Лукин, Л. Т. Крекнин, А. С. Ефремов, В. Б. Дементьев // Изв. вузов ЧМ. – 1983. – № 11. – С. 116–119.
3. *Шаврин, О. И.* Методика исследования деформированного состояния трубных заготовок / О. И. Шаврин, В. Б. Дементьев, В. А. Иванов // Изв. вузов ЧМ. – 1984. – № 3. – С. 135–136.
4. *Дементьев, В. Б.* Управление распределением остаточных напряжений в трубных заготовках в процессе упрочнения / В. Б. Дементьев, В. А. Четкарев // Технологические остаточные напряжения : материалы Всесоюзного симпозиума. – Москва. 1988. – С. 152–156.
5. *Липанов, А. М.* Термомеханические технологии – резерв повышения эффективности ствольных систем / А. М. Липанов, В. Б. Дементьев, Н. А. Спичкин // Современная баллистика и смежные вопросы механики : сб. материалов научной конф. – Томск : ТГУ, 2009. – С. 26–30.

Математическое моделирование колебаний ствола автоматической пушки с кольцевым поперечным сечением

Д. А. Клюкин, В. Г. Суфиянов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье представлены результаты моделирования продольно-поперечных колебаний ствола артиллерийского орудия с кольцевым поперечным сечением при нагружении внутренним давлением и тепловым воздействием пороховых газов. В математической модели учитывались: сила тяжести, неравномерное тепловое нагружение и распределение давления по длине ствола в процессе выстрела. Разработан программно-вычислительный комплекс для моделирования колебаний ствола кольцевого поперечного сечения. Получены колебания дульного среза ствола кольцевого сечения, амплитуда составила 356 мкм, что в 2 раза меньше, чем у классического ствола.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, колебания ствола, артиллерийский выстрел, математическое моделирование, программно-вычислительный комплекс.

Введение

Проблема колебаний в стволах всегда была вопросом первостепенной важности с точки зрения конструкции оружия. Амплитуда, достигаемая дульным срезом ствола, непосредственно влияет на точность стрельбы из пушки. В частности, эта проблема еще больше усугубляется в случае автоматических пушек, поскольку они сконструированы для работы с высокой скорострельностью в течение длительного времени. Таким образом, стволы автоматических пушек имеют толстый профиль, чтобы поддерживать жесткость при изгибе и рассеивать огромное количество выделяемого при этом тепла. Колебания зависят от множества факторов: длины, толщины и геометрии ствола, параметров материала, нагружения давлением газопороховой смеси, темпа стрельбы и т. д. Эти эффекты еще больше усиливаются при более высоких температурах [1, 2].

Повышение характеристик эффективности стрельбы неизбежно приводит к увеличению толщины стенок стволов, что входит в противоречие с техническими и экономическими требованиями изготовления стволов. В этой связи необходимо искать компромисс между меньшим весом, высокой огневой мощностью и жесткостью конструкции.

Проблему, связанную с конструкцией ствола, учитывая рассеивание тепла, вес и жесткость как факторы первостепенной важности, можно разделить на две части: ствол требует модификации для увеличения рассеивания тепла, и ствол требует дополнительной жесткости для сохранения точности; и эти две проблемы необходимо решить без увеличения веса.

В [3] было показано, что амплитуда колебаний может быть значительно снижена с помощью изменения формы ствола, что должно в среднем повысить кучность стрельбы. Однако поиск оптимальной формы ствола требует значительных затрат времени, поскольку моделирование процесса выстрела включает в себя решение нескольких трудоемких вычислительных задач: определение параметров внутрибаллистических процессов в период выстрела и последствия, определение тепловых потоков на границах канала ствола и решение задачи теплопроводности, решение задачи напряженно-деформированного состояния и колебаний ствола с учетом теплового и механического нагружения.

Математическое моделирование позволяет проводить анализ влияния различных факторов на эффективность функционирования артиллерийских орудий еще на этапе проектирования стволов [4, 5].

При разработке программно-вычислительного комплекса, нацеленного на решение широкого спектра задач в рамках единого, целостного комплекса, важнейшим вопросом является достоверность полученных результатов. Верификация позволяет установить корректность расчетов согласно применяемой математической модели [6].

Применение квазиодномерной математической модели позволит значительно ускорить расчеты за счет перехода от трехмерных моделей к одномерным. Также упрощается построение расчетной сетки, поскольку ее необходимо строить лишь в одном направлении.

Математическая модель колебаний ствола с неколецевым поперечным сечением в квазиодномерной постановке

Математическую модель колебаний ствола построим на основе работ [3, 5, 7]. Будем полагать, что ствол представляет собой трубу переменного сечения длины L . Площадь поперечного сечения ствола обозначим $F = F(x)$, площадь канала ствола – $S = S(x)$. Уравнение баланса сил, действующих в продольном направлении по оси Ox , записывается в виде:

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\rho F g \sin \phi - q_1 + \frac{\partial}{\partial x} (F \sigma^{xx}) - p_1 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (1)$$

где $u(x, t)$ – величина продольных колебаний ствола; ρ – плотность материала ствола; g – ускорение силы тяжести; ϕ – угол возвышения ствола; $q_1 = q_1(x, t)$ – распределенные внешние силы, действующие в продольном направлении; $p_1 = p_1(x, t)$ – распределение избыточного давления внутри ствола

$$p_1 = p(x, t) - p_a, \quad (2)$$

$p(x, t)$ – распределение давления пороховых газов внутри канала ствола, которое определяется из решения основной задачи внутренней баллистики; p_a – атмосферное давление; $\sigma^{xx} = \sigma^{xx}(x, t)$ – продольные напряжения в сечении ствола,

$$\sigma^{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{F} \int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) df - \frac{\alpha E}{F} \int_F T(x, r, t) df, \quad (3)$$

где E – Модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; α – коэффициент линейного теплового расширения; $T(x, r, t)$ – температура ствола в точке с координатами x и r в момент времени t , определяемая по квазиодномерной математической модели [8].

Второе слагаемое в соотношении (3) в одномерной модели предлагается определять на основе решения задачи Ламе [9]. Тогда можно положить:

$$\frac{1}{F} \int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) df = 2p_1 \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (4)$$

где r_1 , r_2 – переменные внутренний и внешний радиусы ствола соответственно. Для стволов не кольцевого сечения значение r_2 определяется по формуле $r_2 = \sqrt{(F + S)/\pi}$.

В качестве начальных условий для уравнения (1) примем условия покоя:

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (5)$$

где $u_0(x)$ – начальное продольное перемещение, определяемое из решения стационарной задачи о прогибе ствола под действием силы тяжести.

В качестве граничных условий будем полагать, что у казенного среза ствол закреплен и продольные перемещения отсутствуют:

$$u(0, t) = u_0(0), \quad (6)$$

а на дульном срезе на ствол внешние силы не действуют:

$$FE \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = 0. \quad (7)$$

Уравнение поперечных колебаний ствола в вертикальной плоскости Oxy имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = & -\rho F g \cos \varphi - q_2 + (F \sigma^{xx} + p_1 S) \frac{\partial^2 (v + v_{00})}{\partial x^2} + \\ & + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) y df \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha E \int_F T(x, r, t) y df \right), \end{aligned} \quad (8)$$

с начальными условиями:

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (9)$$

и граничными условиями:

$$\begin{aligned} v(0,t) = v_0(0), \quad \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=L} = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $v = v(x,t)$ – величина поперечных колебаний в вертикальной плоскости; $v_0 = v_0(x)$ – величина начального прогиба в вертикальной плоскости; $q_2 = q_2(x,t)$ – распределенные внешние силы, действующие по оси Oy ; $v_{00} = v_{00}(x)$ – технологическое смещение центра канала ствола относительно оси Oy ; $J_z = J_z(x)$ – момент инерции сечения относительно оси Oz .

Уравнение поперечных колебаний ствола в горизонтальной плоскости Oxz имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -q_3 + (F\sigma^{xx} + p_1 S) \frac{\partial^2 (w + w_{00})}{\partial x^2} + \\ + v \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) z df \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha E \int_F T(x,r,t) z df \right), \end{aligned} \quad (11)$$

с начальными условиями:

$$w(x,0) = w_0(x), \quad \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (12)$$

и граничными условиями:

$$\begin{aligned} w(0,t) = w_0(0), \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=L} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

где $w = w(x,t)$ – величина поперечных колебаний в горизонтальной плоскости; $w_0 = w_0(x)$ – величина начального прогиба в горизонтальной плоскости; $q_3 = q_3(x,t)$ – распределенные внешние силы, действующие по оси Oz ; $w_{00} = w_{00}(x)$ – технологическое смещение центра канала ствола относительно оси Oz ; $J_y = J_y(x)$ – момент инерции сечения относительно оси Oy .

Разностная аппроксимация дифференциальных уравнений в частных производных проводилась интегро-интерполяционным методом [10], который позволяет построить разностную схему для моделей с негладкими и разрывными коэффициентами.

Структура программно-вычислительного комплекса

При разработке программно-вычислительного комплекса в качестве основного языка программирования был выбран C# и среда программирования MS Visual Studio [11]. Экспорт и импорт данных производится в формате JSON. Отображения графиков осуществляется с использованием библиотеки ScottPlot [12]. Отображение 3D-модели объектов, визуализация колебаний и движения снаряда производится с использованием библиотеки SharpGL [13], реализующей технологию OpenGL.

Главное меню программно-вычислительного комплекса математического моделирования стрельбы из автоматической пушки представлено на рис. 1.

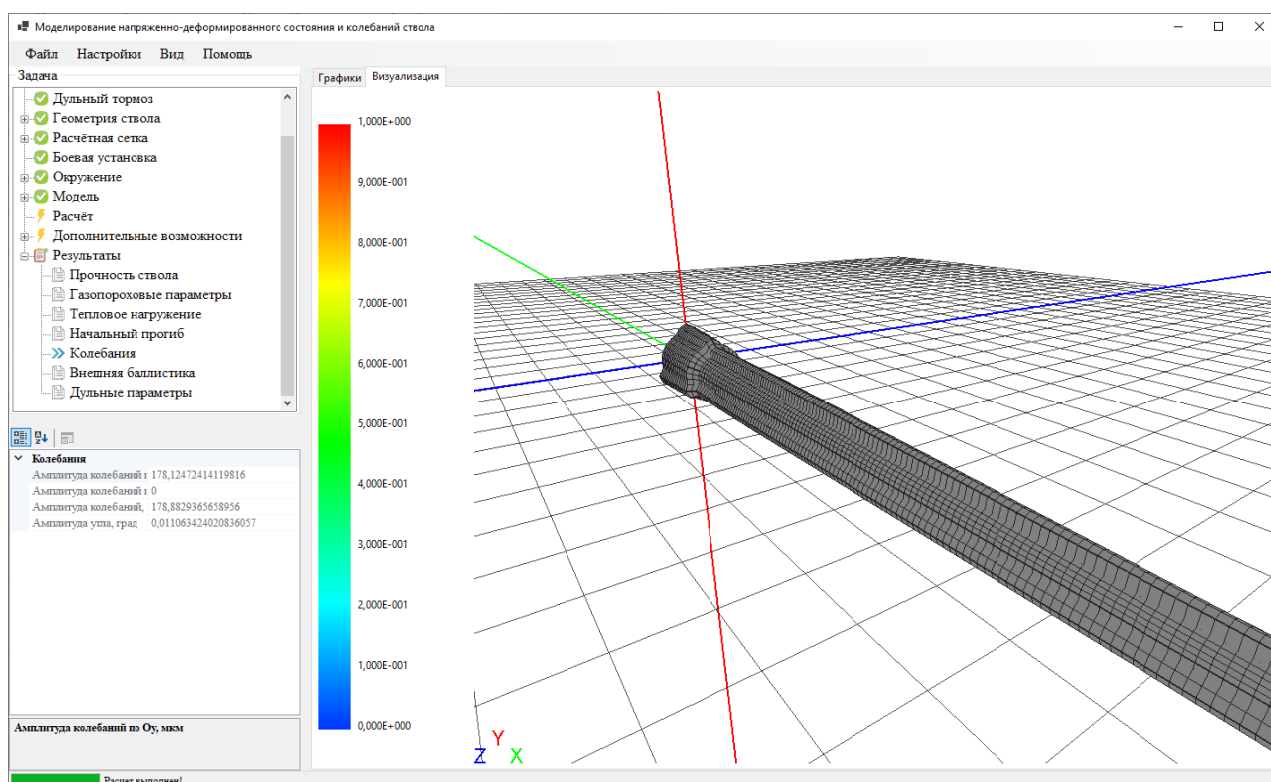


Рис. 1. Главное окно программно-вычислительного комплекса

Программно-вычислительный комплекс позволяет пользователю задавать физико-геометрические характеристики пороха, геометрию снаряда, свойства материала и геометрию ствола. В программно-вычислительном комплексе имеется возможность математического моделирования: внутренней баллистики, внешней баллистики, радиальных и продольно-поперечных колебаний с учетом температурных эффектов, неровностей изготовления ствола и ребер жесткости. Программно-вычислительный комплекс позволяет моделировать одиночные выстрелы и стрельбу очередями с учетом разброса массы пороха, снаряда, времени выстрела и скорости горения пороха.

Результаты моделирования колебаний ствола

Расчет внутренней баллистики 30-мм пушки с учетом последствий производится по модели, учитывающей одномерное распределение параметров газа

[3, 14]. Процесс выстрела длится 4 мс, в последующее время моделируется истечение газа из канала ствола [15], рассматривалась очередь из 10 выстрелов с интервалом 182 мс. Максимальное давление в стволе равно 344 МПа.

На рис. 2 представлено сравнение колебаний дульного среза классического ствола и ствола с 3 ребрами жесткости, массы стволов были одинаковы и равны 36 кг.

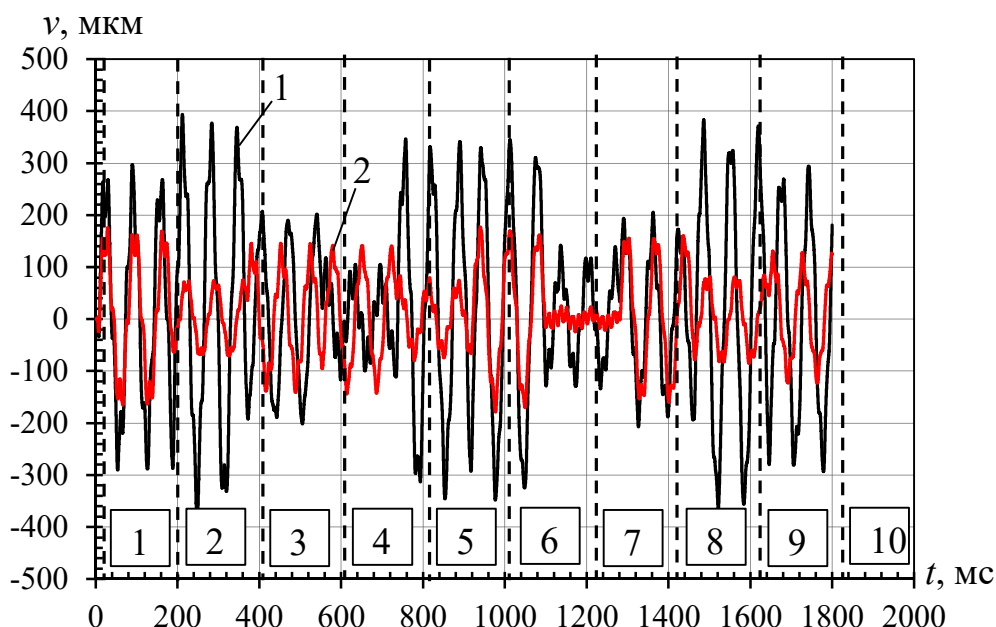


Рис. 2. Сравнение динамики колебаний дульного среза по оси Oy при короткой очереди из 10 выстрелов для стволов: 1 – кольцевого поперечного сечения; 2 – некольцевого поперечного сечения с 3 ребрами жесткости

Из рис. 2 видно, что в результате применения оптимизированной геометрии ствола некольцевого поперечного сечения с 3 ребрами жесткости сокращается амплитуда колебаний с 800 до 356 мкм. Значительное сокращение амплитуды говорит о том, что выбор формы и оптимизация геометрии ствола значительно влияет на колебания и позволяет улучшить общую жесткость, не изменяя массовые характеристики орудия.

Выводы

Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния и колебаний ствола некольцевого поперечного сечения. Разработанная модель реализована на языке C# в программно-вычислительном комплексе компьютерного моделирования.

Проведено моделирование и получены результаты колебаний дульного среза ствола кольцевого и некольцевого поперечного сечения. Применение некольцевого сечения позволило сократить амплитуду колебаний в 2 раза с 800 до 356 мкм.

Список литературы

1. Yonghai Wu. Analysis of thick-walled cylinder temperature field based on the thermal-fluid-solid coupling. Res J Appl Sci Eng Technol. Vol. 5. №16. 2013. pp. 4094-4100. doi: 10.19026/rjaset.5.4631.
2. Rojacz H., Varga M., Winkelmann H. Deformation Mechanisms at Elevated Temperatures: influence of momenta and energy in the single impact test. Int J Mech Mechatron Eng. Vol. 7. №5. 2013. pp. 877-883. doi: 10.5281/zenodo.1061864.
3. *Русяк, И. Г.* Одномерная математическая модель колебаний ствола с поперечным сечением произвольной формы / И. Г. Русяк, В. Г. Суфиянов, Д. А. Клюкин // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 80. – С. 133–146. – doi: 10.17223/19988621/80/12.
4. *Орлов, Б. В.* Устройство и проектирование стволов артиллерийских орудий / Б. В. Орлов, Э. К. Ларман, В. Г. Маликов. – Москва : Машиностроение, 1976. – 432 с.
5. *Хоменко, Ю. П.* Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах / Ю. П. Хоменко, А. Н. Ищенко, В. З. Касимов. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 1999. – 256 с.
6. Верификация и валидация компьютерных моделей / А. В. Сальников, М. С. Французов, К. А. Виноградов, К. Р. Пятунин, А. С. Никулин // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 9 (750). – С. 100–115. – doi: 10.18698/0536-1044-2022-9-100-115.
7. *Суфиянов, В. Г.* Математическое моделирование колебаний ствола с учетом технологических отклонений при стрельбе очередями / В. Г. Суфиянов, И. Г. Русяк, Д. А. Клюкин // Фундаментальные основы баллистического проектирования / под ред. Б. Э. Кэрта. Санкт-Петербург : БГТУ «Военмех», 2022. – С. 90–97. – doi: 10.53403/9785951505071_2022_386.
8. *Клюкин, Д. А.* Математическое моделирование теплового нагружения ствола артиллерийского орудия при выстреле // Выставка инноваций – 2022 (весенняя сессия): сборник материалов XXXIII Республиканской выставки-сессии студенческих инновационных проектов. Ижевск, 29 апреля 2022 года. – Ижевск : УИР ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2022. – С. 176–182. – DOI: 10.22213/ie022124.
9. *Работнов, Ю. Н.* Сопротивление материалов. – Москва : Физматгиз, 1963. – 456 с.
10. *Самарский, А. А.* Введение в теорию разностных схем. – Москва : Наука, 1971. – 553 с.
11. Microsoft Visual Studio. – URL: <https://visualstudio.microsoft.com/ru> (date of application 18.04.2023 г.).
12. ScottPlot. – URL: <https://scottplot.net/> (date of application 18.04.2023 г.).
13. SharpGL. – URL: <https://github.com/dwmkerr/sharpgl> (date of application 18.04.2023 г.).
14. *Русяк, И. Г.* Моделирование баллистики артиллерийского выстрела с учетом пространственного распределения параметров и противодействия / И. Г. Русяк, В. А. Тененев // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. С. 1123-1147. doi: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147.
15. *Липанов, А. М.* Исследование влияния колебаний ствола на угол вылета снаряда при выстреле / А. М. Липанов, И. Г. Русяк, В. Г. Суфиянов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2020. – С. 80–94. – doi: 10.17223/19988621/68/8.

Решение задачи повышения дальности и точности стрельбы на основе математического моделирования и комплексной оптимизации

С. А. Королев, Д. Г. Нефедов, Р. Р. Мансуров

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Статья посвящена решению комплекса баллистических задач, направленных на повышение дальности и точности стрельбы. Разработано математического и программного обеспечения для решения задач повышения дальности стрельбы из артиллерийской установки. Представлены математические модели внутренней и внешней баллистики активно-реактивного снаряда, приведена постановка и решение задачи оптимизации дальности полета активно-реактивного снаряда. Разработаны математические модели и алгоритмы решения задачи автономного наведения и корректировки стрельбы на основе многослойной нейронной сети.

Ключевые слова: внутренняя баллистика, внешняя баллистика, активно-реактивный снаряд, повышение дальности, обратная задача внешней баллистики, наведение и корректировка стрельбы, математическое моделирование, программный комплекс, нейронная сеть.

1. Решение задачи повышения дальности полета артиллерийского снаряда

1.1. Математическая модель внутренней и внешней баллистики

Для решения задачи повышения дальности стрельбы классическим осколочно-фугасным снарядом (ОФС) и активно-реактивным снарядом (АРС) разработана комплексная математическая модель внутренней и внешней баллистики и методика оптимизации параметров с целью повышения дальности стрельбы. При этом, помимо увеличения дальности, необходимо обеспечить необходимую точность стрельбы, которая зависит от устойчивости снаряда на траектории. Контроль устойчивости движения ОФС и АРС на траектории выполняется с помощью критерия гироскопической устойчивости.

Задача внутренней баллистики в стволе орудия решалась в рамках термодинамического подхода в осредненных параметрах, с дополнительными соотношениями, позволяющими учесть распределения давления и скорости газа по заснарядному пространству в канале переменного сечения [1]. Схема задачи внутренней баллистики в стволе орудия представлена на рис. 1.

Система уравнений горения в рамках закона Вьеля основывается на следующих допущениях: мгновенное воспламенение заряда по всей поверхности, горение происходит с одинаковой скоростью параллельными слоями, физико-химические свойства и геометрические размеры одинаковы для пороховых зерен одной фракции. На основе модели внутренней баллистики в стволе

орудия определяется зависимость дульной скорости активно-реактивного снаряда от его массы [2].

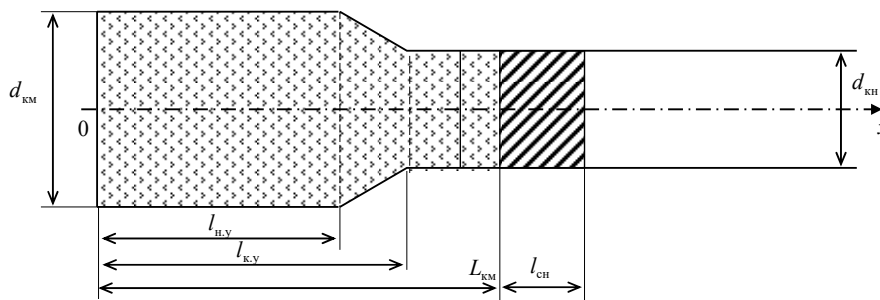


Рис. 1. Схема задачи внутренней баллистики в стволе орудия

Траектория движения снаряда строится в стартовой системе координат $Ox_c y_c z_c$, связанной с точкой расположения орудия и ориентированной по направлению стрельбы (рис. 2). Координаты центра масс снаряда определяются из решения уравнений [3]:

$$\frac{dx_c}{dt} = V_k \cos \theta \cos \psi, \quad \frac{dy_c}{dt} = V_k \sin \theta, \quad \frac{dz_c}{dt} = -V_k \cos \theta \sin \psi, \quad (1)$$

где V_k – скорость центра масс снаряда; θ – угол наклона траектории; ψ – угол направления.

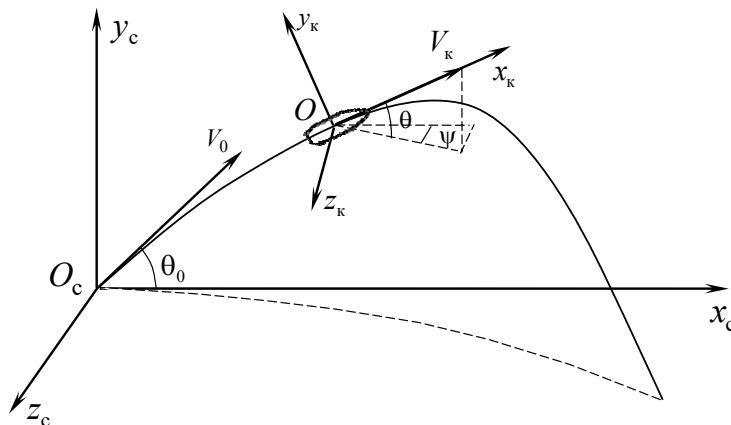


Рис. 2. Ориентация стартовой ($Ox_c y_c z_c$) и траекторной ($Ox_k y_k z_k$) систем координат

Характеристики движения снаряда определяются в траекторной системе координат $Ox_k y_k z_k$, связанной с центром масс снаряда и ориентированной по вектору скорости. Система дифференциальных уравнений движения для случая активно-реактивного снаряда включает следующие уравнения:

$$\frac{dV_k}{dt} = -g \sin \theta + \frac{P - C_x q S_M}{m}; \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{V_K} - \frac{C_y q S_M}{m V_K}; \quad (3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{f_z - C_z q S_M}{m V_K \cos \theta}; \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} = -\frac{m_x q S_M l}{I_x} + \frac{M_{px}}{I_x}; \quad (5)$$

$$\frac{dm}{dt} = -G_{\text{соп}}, \quad (6)$$

где C_x, C_y, C_z – коэффициенты проекций аэродинамической силы; $q = \rho V_K^2 / 2$ – скоростной напор воздуха; ρ – плотность воздуха; ω_x – аксиальная угловая скорость вращения снаряда; m – масса снаряда; l – длина; I_x – аксиальный момент инерции; $S_M = \pi d^2 / 4$ – площадь миделева сечения; d – калибр снаряда; f_z – коэффициент деривации вращающегося снаряда; P – тяга реактивного двигателя (РД); M_{px} – момент вращения РД; $G_{\text{соп}}$ – расход продуктов горения через сопло РД.

Сила тяги РД с учетом доли тяги на вращательный момент [4]

$$P = P_{\Sigma} [(1 - v) + v \cos \beta], \quad (7)$$

момент вращения

$$M_{px} = P_{\Sigma} v r_e \sin \beta, \quad (8)$$

где v – доля тяги на вращательный момент; r_e – радиус приложения силы вращения; β – угол наклона ребер к оси снаряда.

Для контроля устойчивости снаряда на всей траектории воспользуемся коэффициентом гироскопической устойчивости [5]:

$$\sigma = \sqrt{1 - \frac{\beta_1}{\alpha_1^2}}, \quad (9)$$

где $\alpha = \frac{I_x}{2I_y} \omega_x$ – коэффициент гироскопического момента; $\beta_1 = \frac{m_z^{\alpha} q S_M l}{I_y}$ – коэффициент опрокидывающего аэродинамического момента; I_y – экваториальный моменты инерции; m_z^{α} – производная коэффициента аэродинамического момента.

На основе теоретических исследований утверждается, что снаряд устойчив при $\sigma > 0$. Однако, на практике считается, что снаряд устойчив в следующем диапазоне $0,6 < \sigma < 0,9$ [6].

Для выбора оптимальных баллистических параметров АРС решалась задача максимизации дальности стрельбы [7]:

$$X = F(m_T, V_0, \theta_0, t_c, v) \rightarrow \max, \quad (10)$$

где m_T – масса топлива РД; V_0 – начальная скорость; θ_0 – угол стрельбы; t_c – время старта РД.

Дополнительные соотношения:

$$V_0 = V_0(m_\Sigma); \quad I_T = I_T(m_T), \quad (11)$$

где $V_0(m_\Sigma)$ – начальная скорость, определяется из решения задачи внутренней баллистики в стволе орудия; $I_T(m_T)$ – суммарный импульс тяги, определяется из решения задачи внутренней баллистики РДТТ.

1.2. Программный комплекс моделирования внутренней и внешней баллистики

Для решения задачи повышения дальности стрельбы ОФС и АРС был разработан программный комплекс моделирования внутренней и внешней баллистики [8].

Структура программного комплекса представлена на рис. 3.

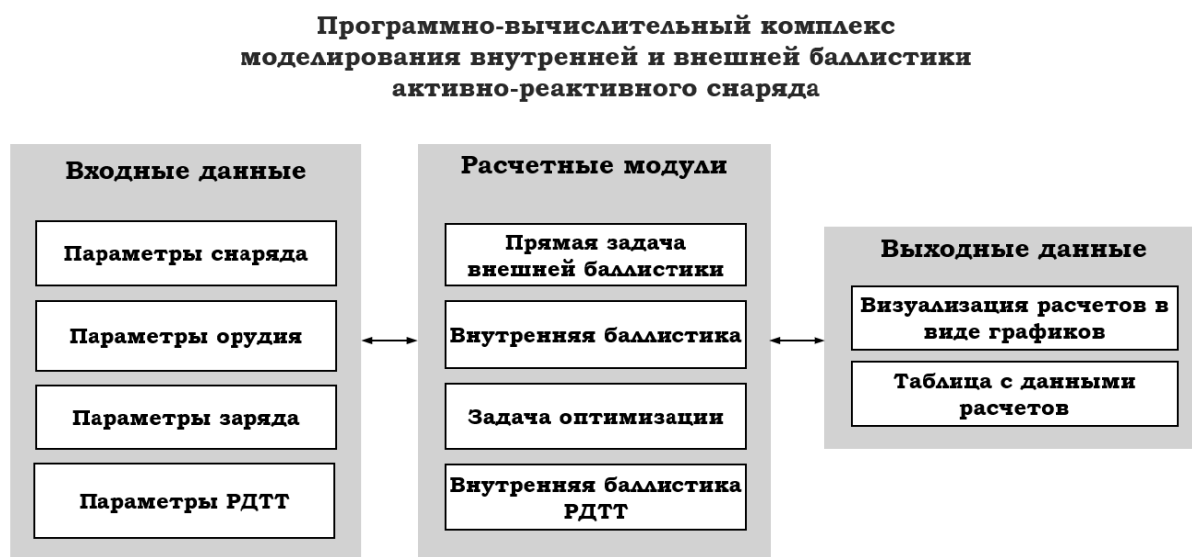


Рис. 3. Структура программного комплекса моделирования внутренней и внешней баллистики

Интерфейс программного комплекса моделирования внутренней и внешней баллистики представлен на рис. 4.

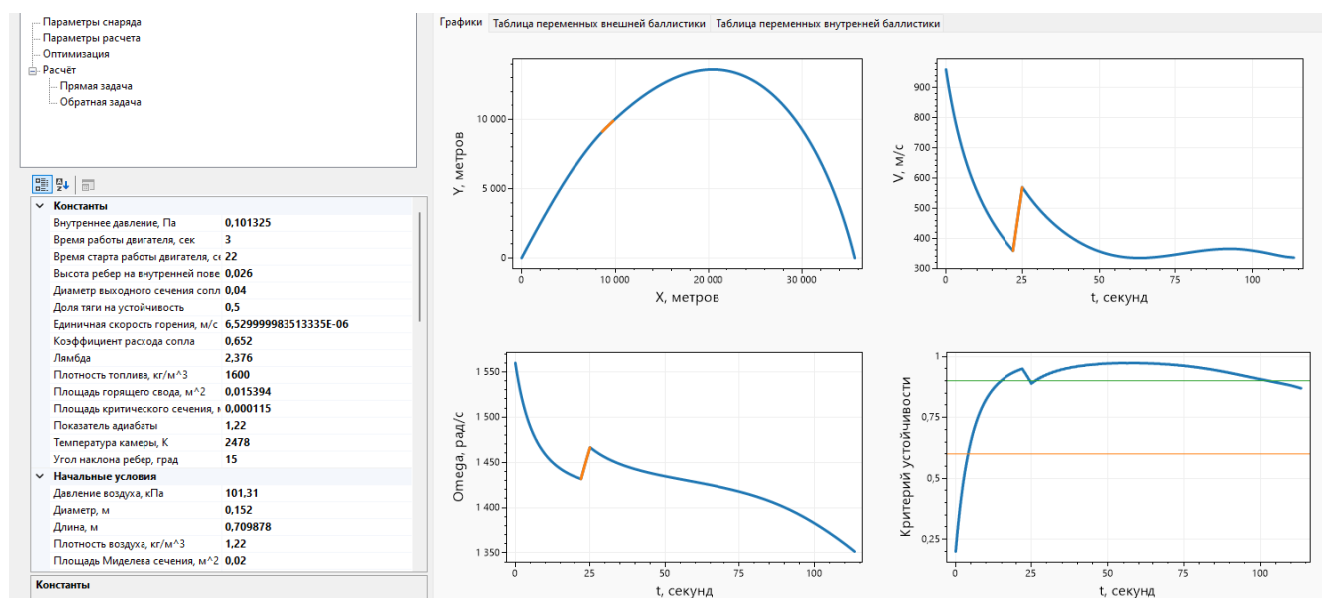


Рис. 4. Интерфейс программного комплекса

1.3. Результаты оптимизации параметров внутренней и внешней баллистики

В качестве объекта исследования рассмотрим штатный ОФС калибра 152 мм и моделируемый АРС для той же артиллерийской системы. Характеристики рассматриваемых снарядов указаны в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики штатного ОФС и моделируемого АРС

Параметры	Обозначение	ОФС	АРС
Калибр, мм	d	152	
Массаснаряда, кг	m_{Σ}	46,0	55,6
Масса топлива, кг	m_T	—	5,0
Начальная скорость, м/с	V_0	945	851
Длина снаряда, мм	l_{Σ}	660	885

Значения дальности стрельбы при различных внешнебаллистических параметрах, рассматриваемых ОФС и АРС, представлены в табл. 2. На рис. 5 представлены расчетные траектории движения ОФС и АРС.

Таблица 2. Дальность полета снаряда при различных начальных параметрах

Параметр	ОФС	АРС		
t_c , с	—	5	22	45
θ_0 , град	48	48	58	58
X , м	28 500	35798	37923	35065

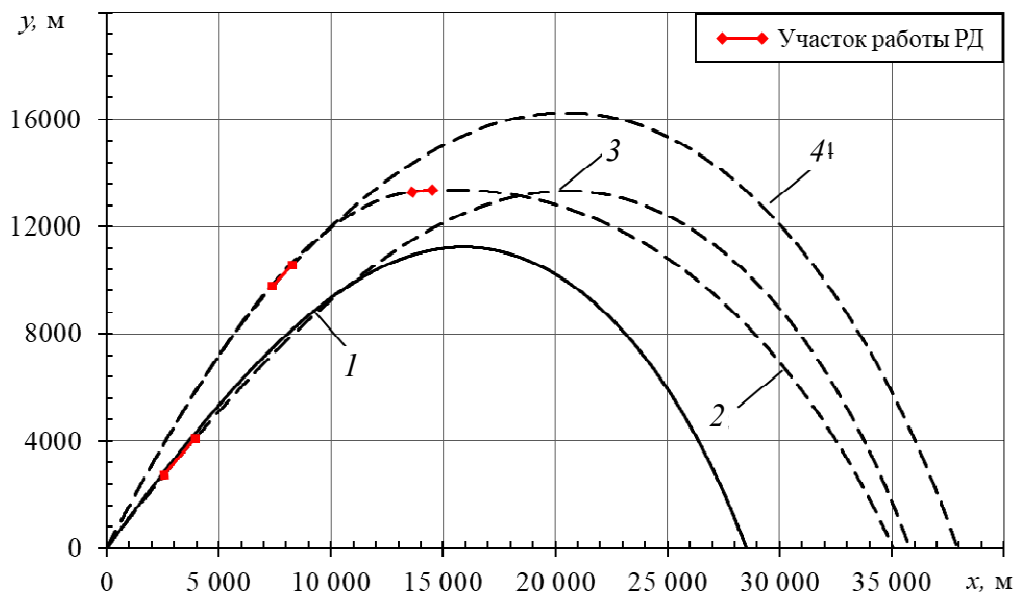


Рис. 5. Траектория полета снаряда при различных параметрах:
1 – ОФС; АРС: 2 – $t_c = 45$ с; 3 – $t_c = 5$ с; 4 – $t_c = 22$ с

Полученный график демонстрирует то, что угол наклона орудия $\theta_0 = 58$ градусов и время старта РД $t_c = 22$ с, найденные при решении задачи оптимизации, являются оптимальными и позволяют достичь максимальной дальности АРС, равной 37,9 км, что на 33 % выше по сравнению с дальностью стрельбы штатным ОФС 28,5 км.

2. Решение задачи наведения и корректировки стрельбы

2.1. Постановка задачи наведения и корректировки стрельбы

Представим решение прямой задачи внешней баллистики в виде преобразования [9]:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{P}_k, \tau_k) = \Phi_1(\mathbf{P}_0, V_0, \alpha_{\text{ц}}, \theta_0, \mathbf{A}), \quad (12)$$

где $\mathbf{P}_k = (x_k, y_k, z_k)$ – координаты точки падения снаряда, полученные в результате расчета траектории; τ_k – время полета снаряда; $\mathbf{P}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – координаты точки расположения орудия; V_0 – начальная скорость снаряда; $\alpha_{\text{ц}}$ – дирекционный угол цели; θ_0 – начальное значение угла наклона траектории (угол стрельбы). Вектор $\mathbf{A}$ содержит параметры, характеризующие баллистические, геофизические и метеорологические условия стрельбы.

Обратная задача [10] заключается в нахождении обратного преобразования

$$\mathbf{z} = (\alpha_{\text{ц}}, \theta_0) = \Phi_2(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_{\text{ц}}, V_0, \mathbf{A}), \quad (13)$$

где $\mathbf{P}_{\text{ц}} = (x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}, z_{\text{ц}})$ – координаты цели.

Параметры, заложенные в модели внешней баллистики, могут отличаться от параметров, реализуемых в эксперименте. Вследствие этого, координаты

падения снаряда, соответствующие углам наведения при решении задачи (14), могут отклоняться от цели:

$$\Delta \mathbf{P}_{\text{ц}} = \mathbf{P}_{\text{к}} - \mathbf{P}_{\text{ц}},$$

где $\Delta \mathbf{P}_{\text{ц}} = (\Delta x_{\text{ц}}, \Delta y_{\text{ц}}, \Delta z_{\text{ц}})$ – отклонение точки падения снаряда от цели.

На основе полученных отклонений точки падения снаряда от цели решается задача корректировки стрельбы. При этом производится уточнение углов наведения на цель $\alpha_{\text{ц}}, \theta_0$. Представим решение задачи корректировки стрельбы в виде преобразования

$$\mathbf{b} = (\Delta \alpha_{\text{ц}}, \Delta \theta_0) = \Phi_3(\Delta \mathbf{P}_{\text{ц}}, D, \mathbf{A}), \quad (14)$$

где $\Delta \alpha_{\text{ц}}, \Delta \theta_0$ – поправки к углам наведения на цель; D – дальность стрельбы,

$$D = \sqrt{(x_{\text{ц}} - x_0)^2 + (z_{\text{ц}} - z_0)^2}.$$

2.2. Алгоритм решения задачи автономного наведения и корректировки стрельбы

Рассмотрим метод решения обратной задачи внешней баллистики, основанный на применении искусственной нейронной сети [11]. Ее обучение производится на основе данных натурных и вычислительных экспериментов. При проведении вычислительных экспериментов осуществляется многократное решение прямой задачи внешней баллистики при варьировании углов наведения $\alpha_{\text{ц}}$ и θ_0 , температуры $T_{\text{а}}$ и давления $P_{\text{а}}$ воздуха, направления α_{w} и скорости w ветра и других параметров. Сформированная выборка данных имеет вид:

$$(\mathbf{x}^h; \mathbf{y}^h) = (x_0^h, y_0^h, z_0^h, V_0^h, \alpha_{\text{ц}}^h, \theta_0^h, T_{\text{а}}^h, P_{\text{а}}^h, \alpha_{\text{w}}^h, w^h, \dots; x_{\text{к}}^h, y_{\text{к}}^h, z_{\text{к}}^h, \tau_{\text{к}}^h), h = \overline{1, H}, \quad (15)$$

где H – количество экспериментов.

Для реализации нейронной сети применялась библиотека Keras с алгоритмом оптимизации Adam [12]. На основе исследования точности аппроксимации и скорости обучения выбраны следующие параметры нейронной сети: 3 внутренних слоя по 32 нейрона, количество итераций алгоритма обучения не превышает 1000 итераций на выборку из 5000 вычислительных экспериментов.

Общий алгоритм работы интеллектуальной системы управления стрельбой следующий:

- 1) в систему управления стрельбой вводятся координаты установки (x_0, y_0, z_0) и цели $(x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}, z_{\text{ц}})$ в земной системе координат;
- 2) путем решения обратной задачи для предполагаемых условий стрельбы определяются углы наведения $(\alpha_{\text{ц}}, \theta_0)$, данные передаются в систему управления приводами наведения метательной установки;
- 3) выполняется выстрел;
- 4) в системе оценки поражения мишени определяется отклонение точки падения снаряда от цели $(\Delta x_{\text{ц}}, \Delta y_{\text{ц}}, \Delta z_{\text{ц}})$, данные передаются в систему управления стрельбой;

5) если отклонение от цели не выходит за границы эллипса рассеивания (выполняется условие $\left(\frac{\Delta x_{ц}}{R_x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z_{ц}}{R_z}\right)^2 \leq 1$, R_x, R_z – радиусы эллипса рассеивания по координатным направлениям), то выстрел считается «точным», переход к п. 1 (выбор новой цели) или к п. 3 (стрельба по текущей цели), в противном случае производится корректировка стрельбы, переход к п. 6;

6) из решения задачи корректировки стрельбы определяются поправки к углам наведения $(\Delta\alpha_{ц}, \Delta\theta_0)$, данные передаются в систему управления приводами наведения метательной установки, переход к п. 3.

Предложенный алгоритм реализован в программно-вычислительном комплексе и протестирован на ряде примеров стрельбы по одиночной и нескольким мишеням [13].

2.3 Результаты решения задачи автономного наведения и корректировки стрельбы

Для экспериментальной апробации разработанного алгоритма наведения и корректировки стрельбы был создан рабочий макет баллистической установки с интеллектуальной системой автономного управления стрельбой. Результаты экспериментальных исследований показали работоспособность алгоритмов управления стрельбой и подтвердили выводы, сделанные на основе имитационного компьютерного моделирования [9].

Приведем пример результатов использования алгоритма для случая наведения и корректировки стрельбы по группе мишеней (рис. 6).

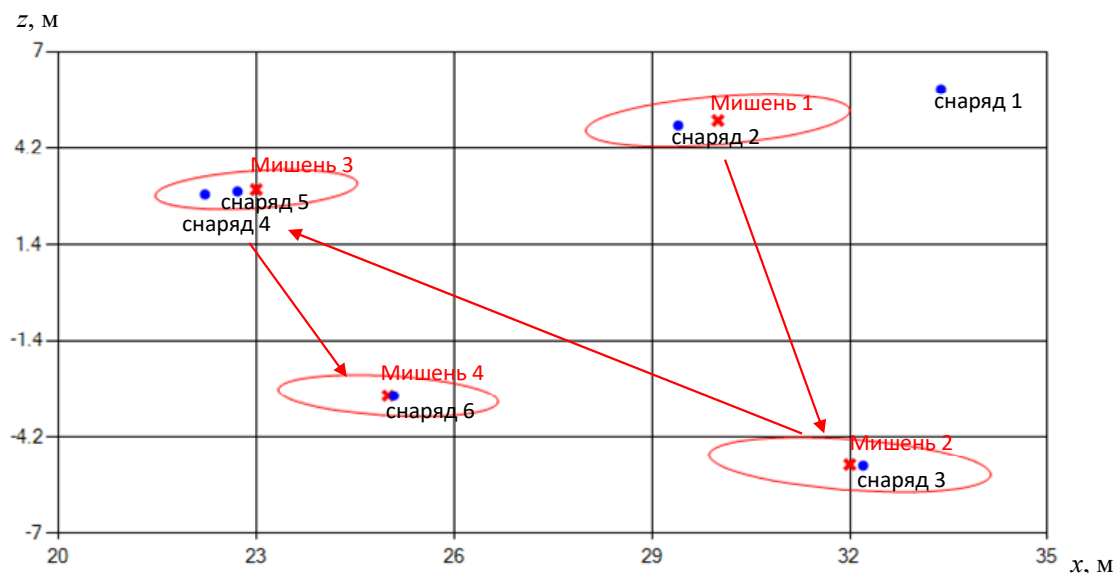


Рис. 6. Результаты моделирования стрельбы по группе мишеней

В начале процесса стрельбы для первой мишени производится корректировка углов наведения. При этом параметры модели настраиваются на фактические условия в эксперименте. После поражения первой мишени производится

наведение на следующую мишень. Как видно из рис. 6, поражение второй и последующих мишеней происходит практически с первого выстрела.

Заключение

Разработано математическое и программное обеспечение решения задач внутренней и внешней баллистики активно-реактивного снаряда. На основе математического моделирования и комплексной оптимизации определены оптимальные параметры АРС калибра 152-мм: масса топлива РД – 5 кг, оптимальный угол наклона орудия – 58 градусов, оптимальное время старта реактивного двигателя – 22 с. При данных параметрах максимальная дальность полета АРС составила 37,9 км, что на 33 % больше по сравнению с дальностью штатного ОФС калибра 152-мм, равной 28,5 км.

Разработано программное обеспечение системы автономного наведения и корректировки стрельбы. Проведено тестирование программного обеспечения путем симуляции данных в программе и экспериментальной отработки на рабочем макете баллистической установки.

Список литературы

1. *Русяк, И. Г.* Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах / И. Г. Русяк, А. М. Липанов, В. М. Ушаков. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2016. – 456 с.
2. *Королев, С. А.* Исследование пределов повышения дальности стрельбы активно-реактивным снарядом / С. А. Королев, Р. Р. Мансуров // Проектирование систем вооружения и измерительных комплексов: Труды 19-й Всероссийской научно-технической конференции, Нижний Тагил, 2023. С. 159-170.
3. *Дмитриевский, А. А.* Внешняя баллистика. – Москва : Машиностроение, 1972. – 584 с.
4. Баллистика ракетного и ствольного оружия: учебник для вузов / под ред. А. А. Королева, В. А. Комочкова; науч. конс. В. А. Шурыгин. – Волгоград, 2010. – 472 с.
5. *Королев, С. А.* К вопросу обеспечения устойчивости движения активно-реактивного снаряда на траектории / С. А. Королев, Р. Р. Мансуров // Калашниковские чтения : материалы IX Всероссийской научно-практической конференции. – Ижевск, 2022. – С. 146–153.
6. *Балаганский, И. А.* Основы баллистики и аэродинамики : учеб. пособие. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2017. – 200 с.
7. *Королев, С. А.* Решение задачи максимизации дальности полета активно-реактивного снаряда с учетом устойчивости движения на всей траектории / С. А. Королев, Р. Р. Мансуров // Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и ствольных системах (ICOC'2023) : сборник трудов одиннадцатой всероссийской конференции и школы-семинара молодых ученых и студентов. – Ижевск, 2024. – С. 99–107.
8. *Русяк И. Г., Королев С. А., Мансуров Р. Р.* Программа для решения задачи оптимизации параметров внутренней и внешней баллистики активно-реактивного снаряда с целью повышения дальности стрельбы. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2023666109. 26.07.2023.

9. *Королев, С. А.* Интеллектуальная система управления стрельбой из артиллерийского вооружения / С. А. Королев, Д. Г. Нефедов, Д. С. Волегов // Проектирование систем вооружения и измерительных комплексов : труды 19-й Всероссийской научно-технической конференции. – Нижний Тагил, 2023. – С. 150–158.

10. Разработка подходов к решению обратной задачи внешней баллистики в различных условиях применения / С. А. Королев, А. М. Липанов, И. Г. Русяк, В. А. Тененев // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2019. – № 57. – С. 76–83. – DOI: 10.17223/19988621/57/6.

11. Rashka S. Python Machine Learning: Machine Learning and Deep Learning with Python, Scikit-Learn, and TensorFlow 2. Packt Publishing, 2019. 770 p.

12. Zhuang J., Tang T., Ding Y., Tatikonda S., Dvornek N., Papademetris X., Duncan J. AdaBelief Optimizer: Adapting Stepsizes by the Belief in Observed Gradients // NeurIPS, 2020. DOI 10.48550/arXiv.2010.07468.

13. *Королев С. А., Нефедов Д. Г., Русяк И. Г.* Программа расчета углов наведения и корректировки стрельбы на основе интеллектуального анализа данных о положении цели и отклонений снарядов от цели. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2023615914, 20.03.2023.

Секция 1.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ,
ФИЗИКИ, ХИМИИ

УДК 519.63

**Программная реализация численного решения уравнения
теплопроводности на неравномерной подвижной сетке**

В. А. Булатов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В работе рассмотрены особенности математического моделирования нестационарных тепловых процессов и алгоритмы решения уравнений теплопроводности на неравномерной подвижной сетке. Представлено сравнение численного и аналитического решений одномерной задачи прогрева твердого тела с различными граничными условиями.

Ключевые слова: нестационарная теплопроводность, граничные условия, неравномерная подвижная сетка, схема Кранка – Никольсона, метод прогонки.

Программная реализация численного решения уравнения теплопроводности на неравномерной подвижной сетке предназначена для моделирования процессов теплопередачи и распределения температуры. Она может быть использована предприятиями, занимающимися проектированием и разработкой теплотехнического оборудования, материалов или технологических процессов, включающих перенос тепла.

Целью использования программной реализации является оптимизация рабочих параметров оборудования в зависимости от заданных условий эксплуатации, анализ эффективности теплоизоляционных материалов и предсказание поведения материалов при различных температурных режимах. Также программа может помочь в исследовании тепловых процессов в сложных конструкциях, таких как теплообменники, трубопроводы или электронные устройства.

Благодаря численному методу решения уравнения теплопроводности на подвижной сетке, программа позволяет проводить расчеты с учетом различных граничных условий, изменяющихся параметров материалов, а также существенно сократить время и затраты на проведение численных экспериментов и тестирование, а также повысить эффективность разработки новых продуктов и технологий.

Таким образом, программа представляет собой мощный инструмент для инженеров и научных сотрудников, работающих в области теплообмена и тепловых процессов, и может использоваться для решения широкого спектра задач, связанных с моделированием и анализом тепловых систем и процессов.

Постановка задачи теплопроводности при конвективном нагреве материала имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial T^2}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$T(x, 0) = T_n, \quad (2)$$

$$x = 0: -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T_c - T), \quad (3)$$

$$x = \Delta: \frac{\partial T}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

В общем случае уравнение теплопроводности имеет множество решений. Для того чтобы уравнение теплопроводности имело единственное решение, моделировало конкретную физическую ситуацию, необходимо задание краевых условий. В качестве краевых условий для нестационарного уравнения теплопроводности задаются условия на границах рассматриваемого тела (граничные условия) и поле температур внутри тела в некоторый момент времени t_0 . Обычно значение t_0 принимается за начало отсчета времени и задается равным нулю.

Задача имеет граничные условия III рода на левой границе и граничные условия II рода на правой границе.

Граничное условие II рода: задают значения теплового потока в каждой точке поверхности тела, в общем случае в виде функции времени.

Граничные условия III рода описывают конвективный теплообмен между телом и окружающей его средой (газом, жидкостью), имеющей температуру T_c . Такое описание нагрева тела называется законом Ньютона – Рихмана для теплообмена.

Уравнение теплопроводности (1) аппроксимируется разностным аналогом вида:

$$\frac{y_j^{n+1} - y_j^n}{\Delta \tau} = \kappa \frac{\sigma(L_2 y)_j^{n+1} + (1 - \sigma)(L_2 y)_j^n}{h^2}, \quad (5)$$

где L_2 – центрально-разностный оператор второго порядка аппроксимации, а σ – произвольный вещественный параметр.

При $\sigma = 0,5$ получаем симметричную схему Кранка – Никольсона, которая аппроксимирует задачу с погрешностью $\Theta(\Delta \tau^2 + h^2)$ [2].

Схема реализации построения подвижной сетки представлена на рис. 1.

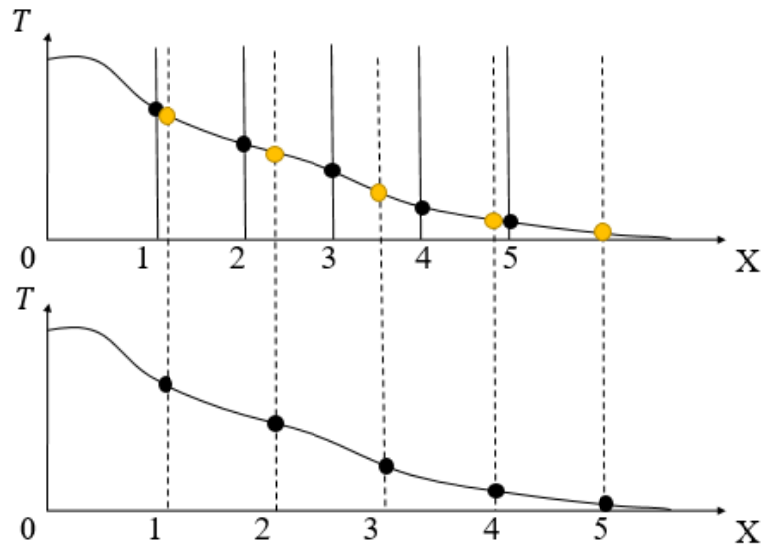


Рис. 1. Схема реализация подвижной сетки

Возьмем фрагмент с $i-1$ по $i+1$ элементы на подвижной сетке, этот фрагмент показан на рис. 2.

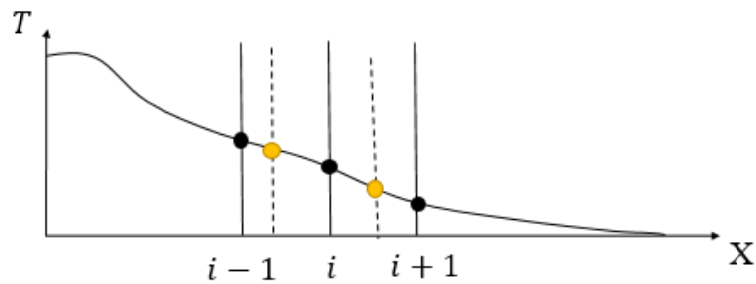


Рис. 2. Фрагмент на подвижной сетке

Для его аппроксимации сплайном 2-го порядка будем использовать полином Лагранжа 2-й степени:

$$L_{2i}(x) = \frac{T_{i-1}(x - x_i)(x - x_{i+1})}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i-1} - x_{i+1})} + \frac{T_i(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})}{(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})} + \frac{T_{i+1}(x - x_{i-1})(x - x_i)}{(x_{i+1} - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)}. \quad (6)$$

Очередной шаг на подвижной сетке будет вычисляться по формуле[3].

$$h_i^{k+1} = h_i^k \frac{N+1}{N}. \quad (7)$$

Изменение величины шага по пространству можно организовать различными способами. Единственное требование к изменению шагов сетки, выработанное из опыта проведения расчетов, чтобы два соседних шага отличались по величине не более чем на 20 %. Например, для сгущения сетки вблизи стенки можно задать h_0 , а последующие шаги определять по геометрической прогрессии [4]:

$$h_{k+1} = h_{k+1} q^k. \quad (8)$$

Ограничивая количество шагов $k = 20$, примем за $q = 0,01$.

Создаем модель с помощью MS Visual Studio. Реализуем решение уравнения (5) с помощью метода прогонки. Учтем, что сетка неравномерная. Получаем следующий график распространения тепла (рис. 3).

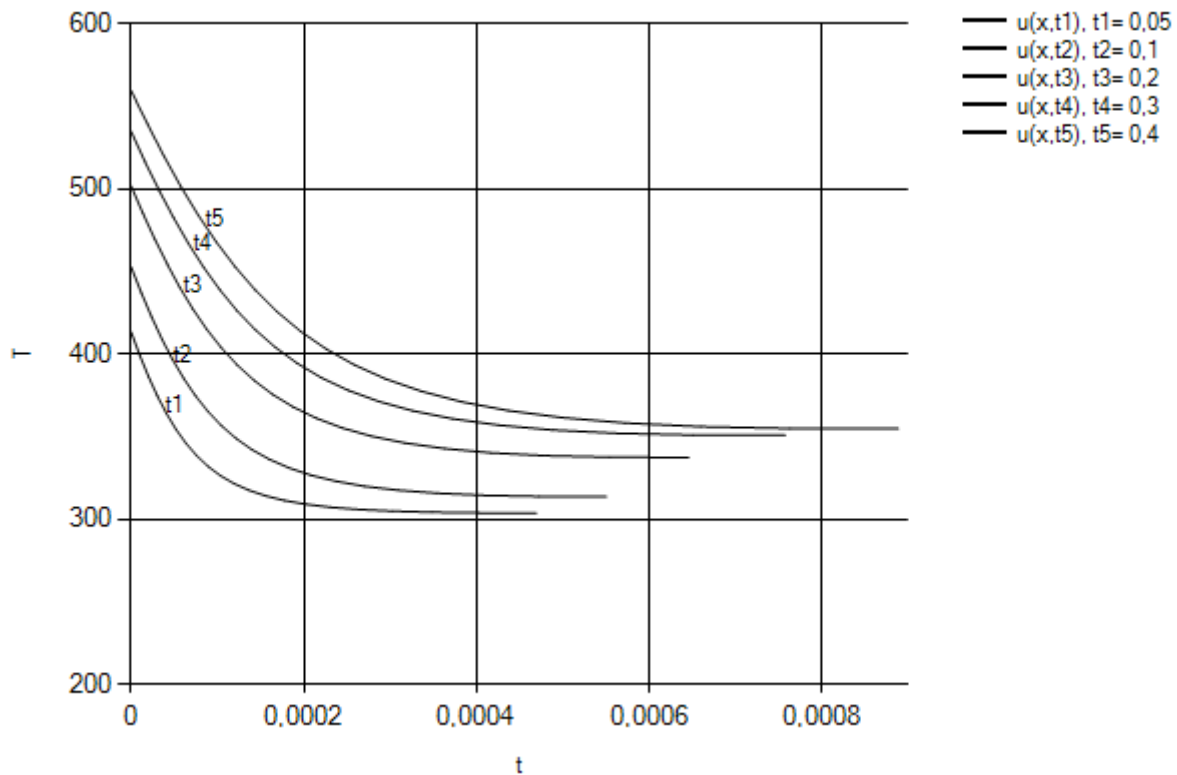


Рис. 3. Расчет без использования подвижной сетки

Данный график учитывает только левую границу, не определяя правой. Для этого применим к графикам уравнения (6) и (7). При этом будем использовать алгоритм подвижной сетки, когда разность между последними двумя элементами сетки будет более $\varepsilon = 0.001$.

После использования алгоритма подвижной сетки получим результат, показанный на рис. 4.

Сравним результат с использованием подвижной сетки для первого графика на рис. 4. Для этого наложим поверх график, который будет считаться на равномерной сетке, по алгоритму прогонки. Данное сравнение представлено на рис. 5.

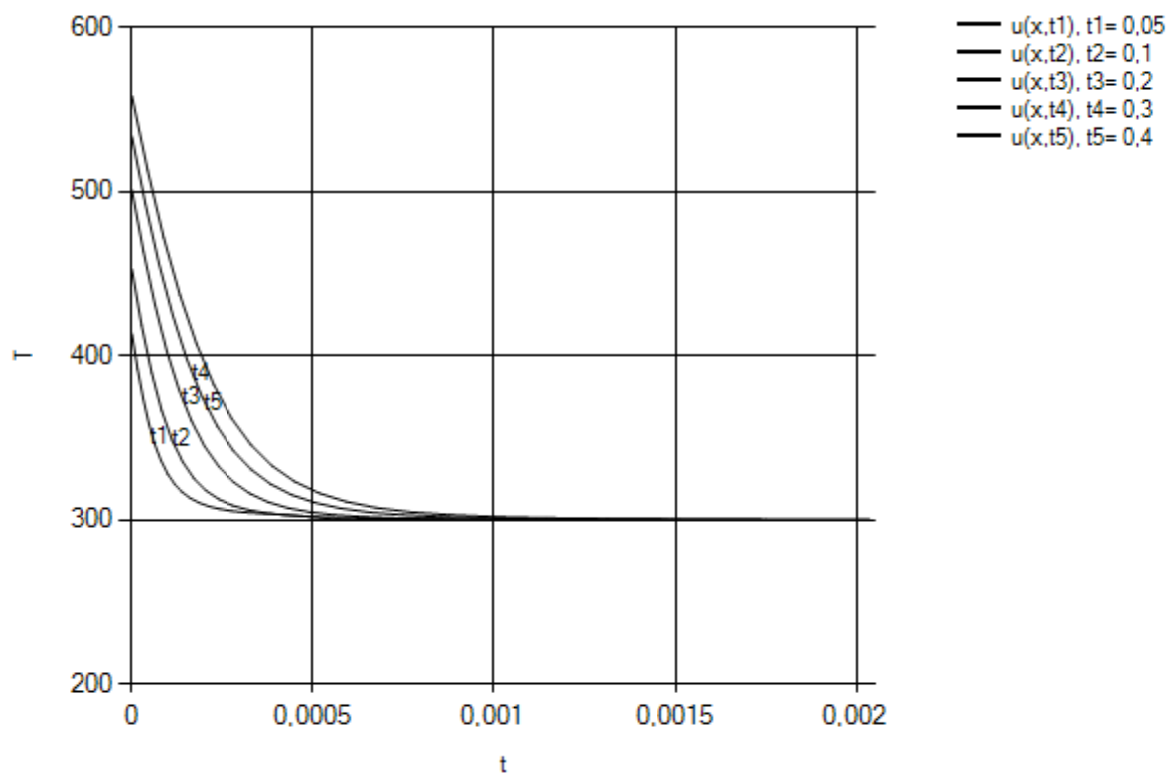


Рис. 4. Расчет с использования подвижной сетки

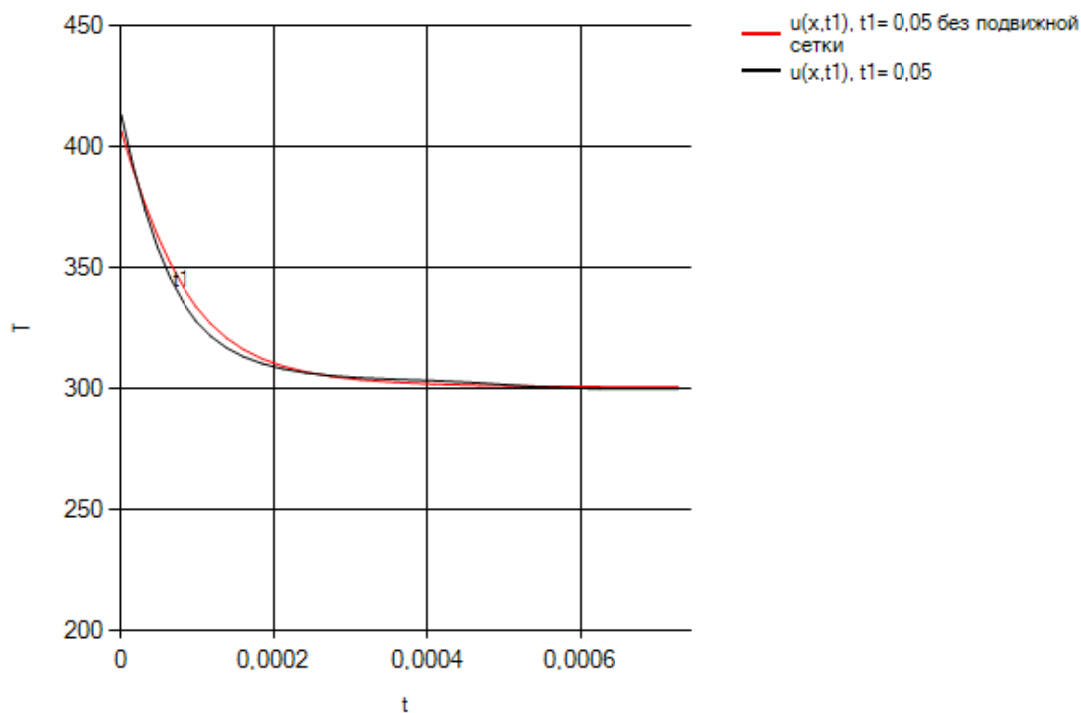


Рис. 5. Сравнение решений на неподвижной и подвижной сетках

Таким образом, получаем, что решение с помощью подвижной сетки достаточно близко к точному решению, при этом требуется для решения намного меньше расчетных ячеек.

Список литературы

1. *Крайнов, А. Ю.* Численные методы решения задач тепло- и массопереноса : учеб. пособие / А. Ю. Крайнов, Л. Л. Миньков. – Томск : STT, 2016. – 92 с.
2. *Русяк, И. Г.* Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах / И. Г. Русяк, А. М. Липанов, В. М. Ушаков. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2016. – 456 с.
3. *Русяк, И. Г.* Постановка сопряженных задач газовой динамики, воспламенения и горения порохов в артиллерийских системах / И. Г. Русяк, В. Г. Суфиянов, М. А. Ермолаев // Фундаментальные и прикладные проблемы науки : материалы VII международного симпозиума (11–13 сентября 2012 года). – Т. 2. – Москва : РАН, 2012. – С. 265–276.
4. *Русяк, И. Г.* К вопросу о решении сопряженной задачи газовой динамики, воспламенения и горения порохов в условиях артиллерийского выстрела / И. Г. Русяк, М. А. Ермолаев // Компьютерные исследования и моделирование. – 2014. – Т. 6, № 1. – С. 99–106.

Разработка приложения для моделирования процесса нагрева твердого тела с использованием пакета Simulink в среде MatLab

А. Е. Дюкин

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Цель работы заключается в создании точных инструментов для моделирования тепловых процессов. Приложение позволяет настраивать параметры и визуализировать результаты при анализе и оптимизации тепловых процессов.

Ключевые слова: нагрев твердого тела, уравнение теплопроводности, моделирование, пакет Simulink, разработка приложений в пакете Simulink среды MatLab.

Введение

Моделирование тепловых процессов в твердом теле является важной задачей в различных областях науки и техники. Численное моделирование таких процессов позволяет получать точные прогнозы, которые трудно или невозможно достичь экспериментальными методами из-за их сложности, высокой стоимости и временных затрат. Особенно это актуально в современном мире, где требования к точности и надежности результатов непрерывно возрастают.

Данная работа посвящена разработке приложения для моделирования процесса нагрева твердого стержня с использованием Simulink [1] в MatLab [2]. В качестве примера рассматривается однородный стержень, подвергающийся внешнему тепловому воздействию и конвективному теплообмену с окружающей средой.

Основой моделирования является уравнение теплопроводности, описывающее распространение тепла в материале. Для численного решения этого уравнения используется метод конечных разностей, который позволяет дискретизировать пространство и время, что делает возможным анализ температуры в различных точках стержня. Приводится описание реализации этой модели в виде S-функции в Simulink, включающей в себя все необходимые этапы: инициализацию параметров, вычисление производных, обновление состояний и вывод результатов.

Кроме того, представлены примеры использования разработанного приложения для анализа влияния различных параметров, таких как материал стержня, коэффициент теплопередачи и условия окружающей среды, на температурное распределение.

Цель данной работы – продемонстрировать возможности Simulink и MatLab для решения задач теплопередачи и показать, как с помощью этих инструментов можно эффективно моделировать и анализировать тепловые процессы в твердых телах.

Математическое описание модели

Процесс теплопроводности описывается уравнением теплопроводности [3], которое для одномерного случая имеет следующий вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где T – температура, t – время, x – координата вдоль стержня, $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности, k – теплопроводность материала, ρ – плотность материала, c – теплоемкость материала.

В данном случае уравнение теплопроводности решается численными методами [4, 5], применимыми к дискретизированной модели. Для дискретизации уравнения используется метод конечных разностей. В результате уравнение теплопроводности можно представить в следующем виде:

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2}, \quad (2)$$

где T_i^n – температура в i -й точке стержня в момент времени $t = n\Delta t$.

Для моделирования процесса нагрева твердого тела используется метод контроля объема, причем стержень разделен на конечное число контрольных объемов (узлов). Температура в каждом узле рассчитывается с учетом тепловых потоков от соседних узлов.

Для каждого узла используется следующая формула теплового баланса:

$$\rho c \frac{dT_i}{dt} = k \left(\frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta x} - \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta x} \right) - h A_s (T_i - T_{ambient}), \quad (3)$$

где Δx – расстояние между узлами, h – коэффициент теплоотдачи, A_s – площадь поверхности узла, $T_{ambient}$ – температура окружающей среды.

На концах стержня устанавливаются граничные условия первого рода (заданные температуры):

$$T(0, t) = T_{left}, T(L, t) = T_{right}(t), \quad (4)$$

где T_{left} и T_{right} – температуры на левом и правом концах стержня соответственно, L – длина стержня.

Модель в Simulink

Модель в Simulink реализована с использованием S-функции, которая описывает поведение системы. Основные элементы модели включают:

1. Инициализацию размеров и параметров модели (mdl Initialize Sizes):
 - определение числа состояний (температур в узлах), входов и выходов;
 - задание начальных условий (температуры в узлах);
 - определение массива времени выборок.

2. Вычисление производных состояний (mdl Derivatives):

- решение уравнений теплопроводности для каждого узла;
- определение тепловых потоков между узлами.

3. Обновление состояний (mdl Update):

- в данном случае обновление состояний не используется, так как модель рассматривается в непрерывном времени.

4. Вывод значений (mdl Outputs):

- определение значений температур в узлах для вывода на каждом шаге моделирования.

5. Определение следующего времени выборки (mdl Get Time Of Next Var Hit):

- определение времени следующего вычисления для дискретных систем (в данной модели используется непрерывное время).

Для более наглядного представления и удобства работы с моделью была построена блок-схема в среде Simulink (рис. 1). Основная структура блок-схемы включает следующие компоненты:

1. Блок S-функции – основной блок, в котором реализована S-функция MATLAB.

2. Блоки входных данных – блоки, задающие граничные условия, такие, как температура левой поверхности, температура окружающей среды, коэффициент теплоотдачи и тип материала.

3. Блоки выходных данных – блоки, отображающие температуры в выбранных узлах стержня.

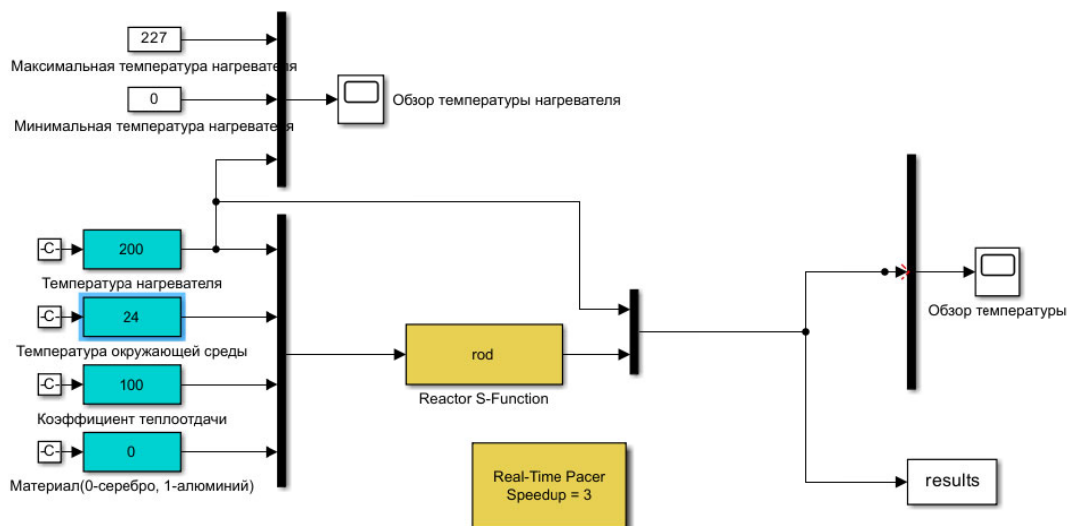


Рис. 1. Реализация блок-схемы в пакете Simulink для решения задачи теплопроводности в стержне

Анализ результатов

Полученные результаты после проведения моделирования процесса нагрева твердого стержня требуют детального анализа.

На рис. 2 представлен график зависимости температуры на разных концах стержня, разбитого на 20 точек, от времени из серебра при следующих начальных условиях: температура нагревателя – 200 °С, температура окружающей среды – 24 °С, коэффициент теплоотдачи – 100.

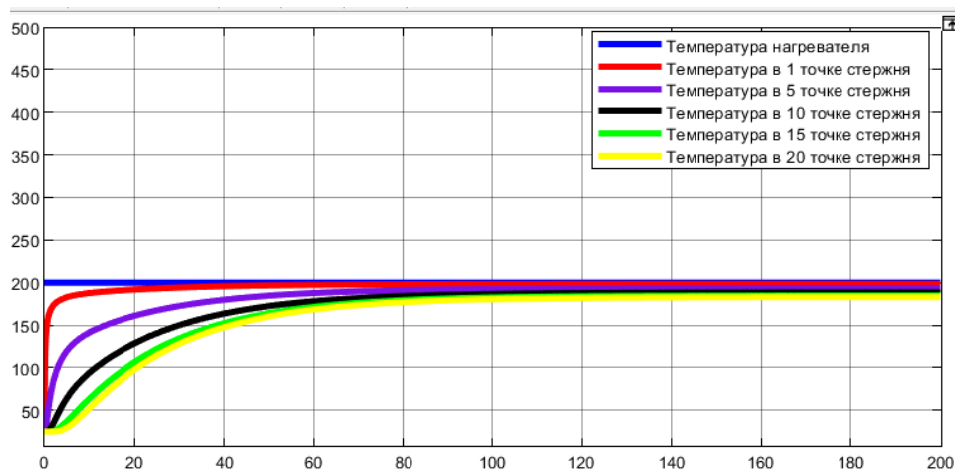


Рис. 2. График зависимости температуры на разных концах стержня из серебра

На рис. 3 представлен график зависимости температуры на разных концах стержня, разбитого на 20 точек, от времени из алюминия при следующих начальных условиях: температура нагревателя – 200 °С, температура окружающей среды – 24 °С, коэффициент теплоотдачи – 100.

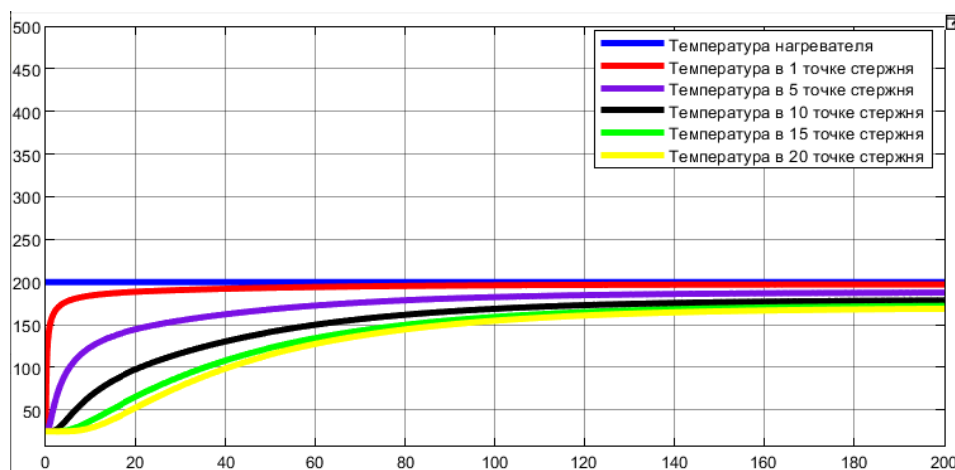


Рис. 3. График зависимости температуры на разных концах стержня из алюминия

Заключение

В данной статье была представлена модель процесса нагрева твердого тела, реализованная с использованием пакета Simulink в среде MatLab. Были

рассмотрены основные теоретические аспекты теплопроводности, методы численного решения уравнений теплопроводности, а также практическая реализация модели с использованием S-функции. Полученные результаты могут быть использованы для дальнейших исследований в области теплопередачи и оптимизации тепловых процессов.

Список литературы

1. Дьяконов, В. П. Simulink : самоучитель. – 2-е изд., эл. – 1 файл pdf : 783 с. – Москва : ДМК Пресс, 2023.
2. Дьяконов, В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения: Полное руководство пользователя. – Москва : Солон-Р, 2002.
3. Аналитический и численный методы решения уравнения теплопроводности / Д. С. Карпович, О. Н. Суша, Н. П. Коровкина, В. П. Кобринец // Труды БГТУ. Физико-математические науки и информатика. – 2015. – № 6. – С. 122–127.
4. Байков, В. А. Уравнения математической физики. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. – 252 с.
5. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учеб. пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – 5-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 400 с.

Методы ускорения вычислительных процессов в интерпретации гидродинамических исследований скважин

Д. Н. Майков^{1,2}

¹Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН,
²ООО «Сиам Мастер»

В работе приведен обзор методов по ускорению вычислительных процессов в интерпретации гидродинамических исследований скважин при аналитическом решении дифференциального уравнения пьезопроводности. Рассмотрены методы по уменьшению сложности вычислений модели многозабойной скважины в однородном и в трещиновато-поровом пласте, по ускорению расчетов при работе скважины с изменяющимися дебитами, известных по истории эксплуатации. Приведены результаты численного исследования алгоритмов оптимизации, построенных на основе алгоритма Левенберга – Марквардта, при решении обратной коэффициентной задачи уравнения пьезопроводности.

Ключевые слова: гидродинамические исследования скважин, уравнение пьезопроводности, аналитические решения, прямая и обратная задача, ускорение вычислений.

Введение

На сегодняшний день разработка месторождений не может обойтись без моделирования процессов, происходящих в эксплуатируемом пласте и скважинах. Для успешной разработки необходим как можно больший объем информации касательно месторождения: фильтрационно-емкостные параметры пласта, физико-химические свойства пласта и насыщающих пласт флюидов, литологический состав пород, слагающих пласт и т. д. Благодаря методам гидродинамических исследований скважин (ГДИС) определяются фильтрационные параметры пласта. В основном при интерпретации ГДИС используются модели, полученные при решении дифференциального уравнения пьезопроводности. Решение дифференциального уравнения пьезопроводности производится либо численно, либо аналитически. Для упрощения модели и сокращения сложности расчетов часто вводятся допущения в виде изотермического процесса фильтрации, однородного пласта, идеализации геометрии скважины, постоянный дебит скважины и т. д.

Текущие решения моделей пьезопроводности, алгоритмы и методы расчетов не всегда позволяют добиться оптимальных для инженерной практики результатов по скорости и точности вычислений. К примеру, для интерпретации ГДИС при помощи аналитического метода решения дифференциального уравнения обязательным допущением является постоянный дебит. На практике

дебит скважины не является постоянным, в частности из-за сложности поддержания постоянного дебита, и меняется по времени. Интерпретация ГДИС без учета изменения дебита перед исследованием приведет к неточным расчетам и ошибкам в анализе результатов ГДИС. Переход от моделирования процесса работы скважины с постоянным дебитом к моделированию с изменяющимися дебитами производится при помощи принципа суперпозиции по времени. Согласно принципу суперпозиции, сложность расчета давления для каждого последующего шага растет линейно, а расчет всей функции целиком имеет квадратичную сложность. Исходя из этого, на расчет давления сложной модели «скважина-пласт-граница» с десятками и сотнями изменяющимися дебитами может потребоваться большое количество времени, особенно при решении обратной коэффициентной задачи, что сделает такие вычисления непригодными для инженерной практики.

Еще одним примером является аналитические решения скважин со сложной геометрией, таких как наклонная, горизонтальная, многозабойная скважина и скважина с частичным вскрытием. Основная сложность расчета таких моделей приходится на вычисление бесконечных рядов, которые не всегда быстро сходятся.

Новые методы по уменьшению сложности вычислений и времени расчетов моделей пьезопроводности с сохранением точности вычислений позволят оперативно производить интерпретацию ГДИС, а также увеличить достоверность получаемых при интерпретации ГДИС параметров.

Методы по ускорению вычислений в интерпретации ГДИС

Методы ускорения вычислительных процессов в интерпретации гидродинамических исследований скважин приведены в работах [1–6]. Общие используемые допущения для работ следующие: фильтрация линейная, однофазная, изотермическая; коллектор горизонтальным пластом с заданной постоянной толщиной, однородной структурой и физическими свойствами; флюид слабо-сжимаемый.

В работах [1, 2] приводится метод ускорения расчета давления при переменных дебитах. Метод основан на аппроксимации аналитической функции изменения давления и использовании аппроксимации при расчете давления согласно принципу суперпозиции. Применение предложенного метода позволяеткратно увеличить скорость расчетов при минимальных погрешностях вычислений (см. табл. 1 и рис. 1).

Таблица 1. Результаты численного анализа метода расчета работы [1]

Моделируемая скважина	Время расчета		Среднее квадратичное отклонение, %
	Базовый, с	Предложенный, с	
Вертикальная	1,972	0,417	$7,543 \cdot 10^{-9}$
Горизонтальная	557,130	0,471	$2,114 \cdot 10^{-3}$
Горизонтальная с МГРП	1201,110	0,548	$2,385 \cdot 10^{-6}$

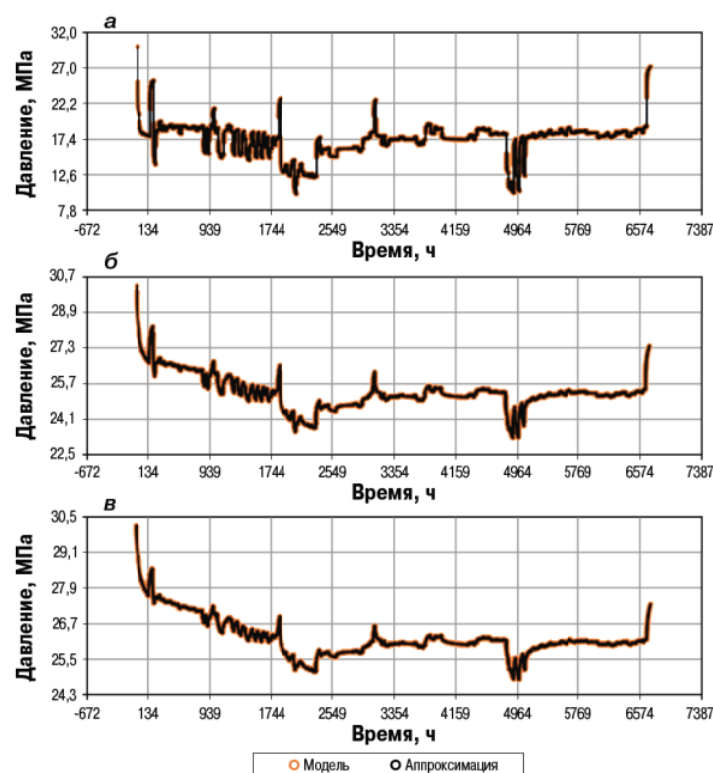


Рис. 1. Сопоставление результатов расчетов для моделей скважины вертикальной (а), горизонтальной (б) и горизонтальной с МГРП (в)

Из рис. 1 видно, что расчетные значения давления, полученные традиционным и предлагаемым методами (с использованием аппроксимирующей полиномиальной функции), для трех моделей скважин идентичны.

В работах [3–5] рассмотрен процесс фильтрации флюида к многозабойной скважине, вскрывающей однородный пласт и пласт с двойной пористостью вертикально по всей толщине пласта. Уменьшение сложности вычислений модели многозабойной скважины производится за счет замены в системе уравнений взаимовлияния стволов скважины, сложных с точки зрения вычислений, аналитических решений модели наклонной скважины на аналитические решения модели вертикальной скважины. Данный подход позволяет значительно уменьшить сложность вычислений и увеличить скорость расчетов при незначительных погрешностях вычислений. Точность вычислений предложенного решения модели многокабинной скважины определялась при помощи сопоставления результатов расчетов давления в скважине с численным решением аналогичной модели. Пример расчета давления в многозабойной скважине приведен на рис. 2.

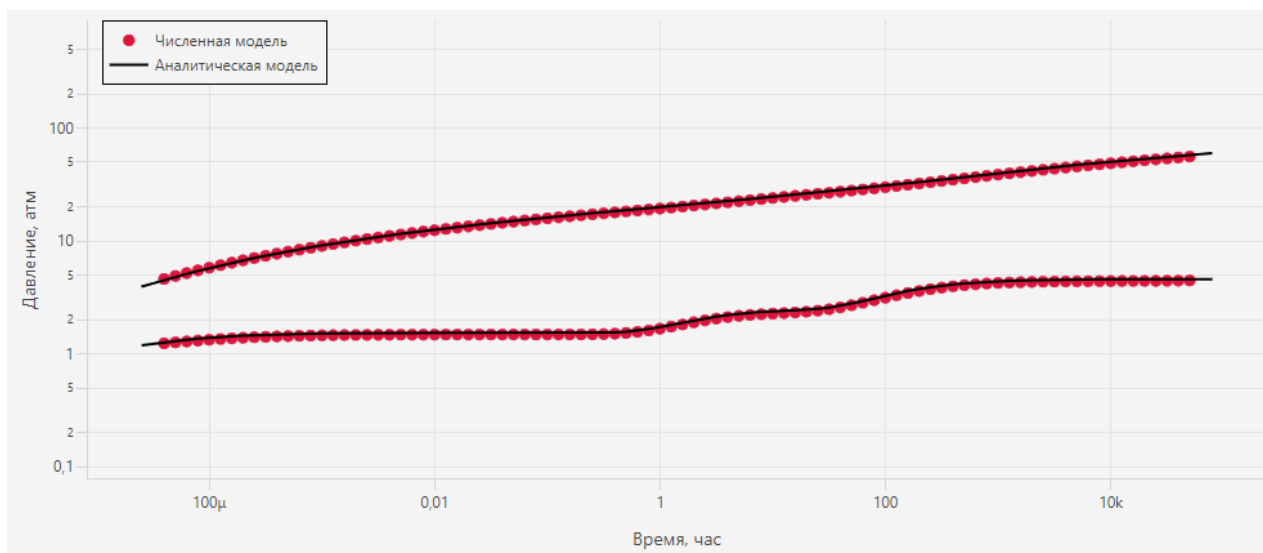


Рис. 2. Сопоставление аналитического и численного решения модели многозабойной скважины на диагностическом графике Бурде

Из рис. 2 видно, что расчетные значения давления, полученные аналитическим и численным методами, идентичны.

В работе [6] рассмотрено решение обратной коэффициентной задачи уравнения пьезопроводности. Приведен метод ограничения поиска при безусловной оптимизации и две модификации алгоритма оптимизации Левенберга – Марквардта (ЛМ). Результат численного исследования предложенных методов оптимизации показан на рис. 3. Пример результата оптимизации в виде сравнения полученных расчетных значений дебита с исходными данными по скважине приведен на рис. 4.

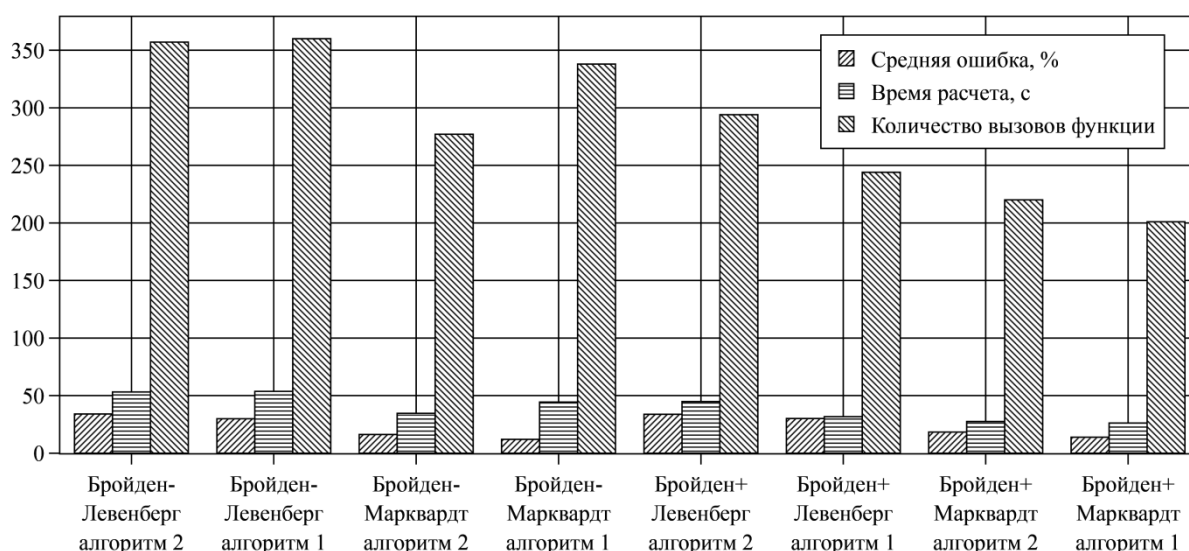


Рис. 3. Результаты расчетов вариаций алгоритма ЛМ

На рис. 3 по оси абсцисс первая строка Бройден –/+ соответствует неиспользование/использование метода Бройдена при расчете матрицы Якоби,

вторая строка обозначает способ обновления главной диагонали матрицы Гессе, третья строка обозначает использование алгоритма.

Из рис. 3 видно, что стратегия обновления главной диагонали Гессе по Марквардту увеличивает точность оптимизации в среднем в 2.1 раз и сокращает количество вызовов функции расчета дебитов на 17,5 %, а время расчетов на 27,6 %. Использование метода Бройдена сокращает количество вызовов функции расчета дебитов на 28 %, время расчетов на 29,8 %, но средний результат ошибки вырос на 4 %.

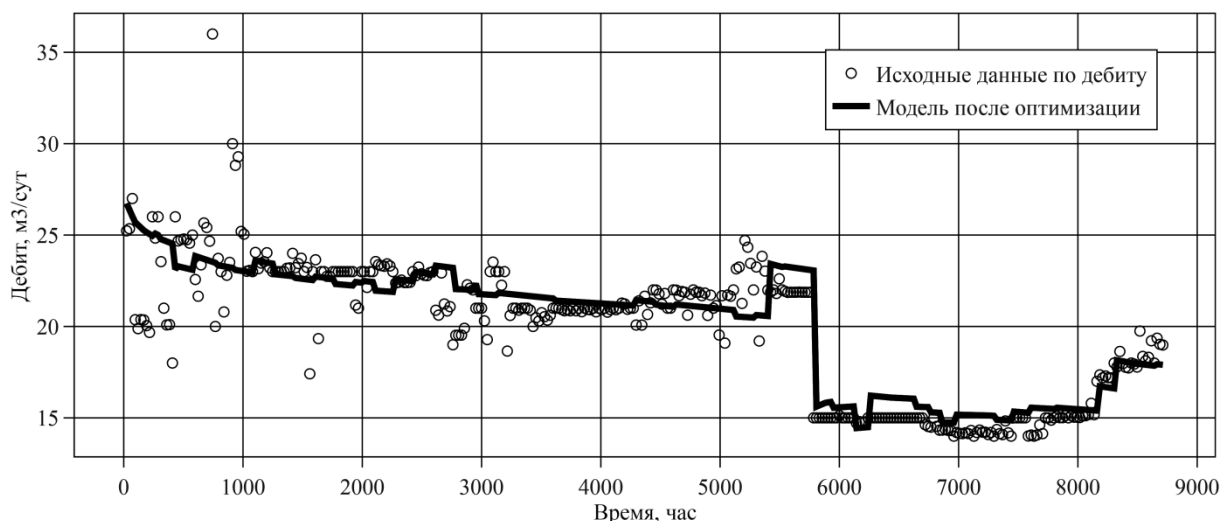


Рис. 4. Сравнение расчетных результатов с исходными данными по дебиту скважины

Из рис. 4 видно, что решение задачи по предложенным алгоритмам адаптации модели, хорошо согласуется по дебиту с экспериментальными замерными данными. Среднее отклонение расчетных значений по дебиту составляет около 8 %.

Заключение

Как видно, из приведенного обзора работ по ускорению вычислительных процессов в интерпретации гидродинамических исследований скважин при аналитическом решении дифференциального уравнения пьезопроводности, применение рассмотренных способов позволяет кратно увеличить скорость расчетов при минимальных погрешностях, оперативно производить интерпретацию, а также повысить достоверность получаемых результатов ГДИС.

Список литературы

1. Метод ускорения расчета давления при изменяющихся дебитах по истории эксплуатации скважины / Д. Н. Майков, С. В. Исупов, С. С. Макаров, А. С. Аниканов // Нефтяное хозяйство. – 2021. – № 9. – С. 105–107.
2. Майков, Д. Н. Ускорение расчета давления при изменяющихся дебитах по истории эксплуатации скважины / Д. Н. Майков, С. С. Макаров // Сборник статей III Всероссийской научно-технической конференции памяти профессора А. В. Алиева. – Ижевск, 2023. – С. 187–189.

3. *Майков, Д. Н.* Аналитическая модель многозабойной скважины с полным вертикальным вскрытием пласта / Д. Н. Майков, С. Ю. Борхович // Нефть. Газ. Новации. – 2020. – № 11 (240). – С. 61–65.

4. *Майков, Д. Н.* Моделирование многозабойной скважины с полным вскрытием пласта по вертикальной траектории / Д. Н. Майков, С. Ю. Борхович // Сборник работ XII международной научно-практической конференции. – 2022.

5. *Майков, Д. Н.* Параметрический анализ модели многозабойной скважины в пласте с двойной пористостью / Д. Н. Майков, С. С. Макаров // Вестник ТюмГУ. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2023. – Т. 9, № 3 (35). – С. 100–116.

6. *Майков, Д. Н.* Численное исследование алгоритмов оптимизации при адаптации гидродинамической модели по результатам исследований скважин / Д. Н. Майков, С. С. Макаров // Математическое моделирование. – 2022. – Т. 34, № 9. – С. 71–82.

Исследование мер близости гидроакустических сигналов в пространстве признаков

А. С. Тугбаева¹, А. Г. Ицков²

¹Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН,

²Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье представлены результаты идентификации отраженных от подводных объектов сигналов по признакам периодограммы. Исследована группа алгоритмов голосования, использующих различные метрики в пространстве признаков.

Ключевые слова: гидроакустика, периодограммный анализ, идентификация, алгоритм голосования, функция близости.

Гидроакустические исследования представляют собой важный инструмент для мониторинга подводных процессов. Одним из основных методов изучения Мирового океана является эхолокация. Этот метод позволяет посылать звуковые импульсы в воду и анализировать отраженные сигналы для определения формы, размера и состава подводных объектов. Таким образом, специалисты могут идентифицировать объекты, которые являются результатом различных событий, начиная от кораблекрушений до артефактов и природных образований.

В данной работе рассмотрена модельная ситуация, в которой объекты исследования (рис. 1) помещались в искусственный бассейн (рис. 2) и облучались по отдельности [1].



Рис. 1. Объекты наблюдения слева направо: полипропиленовые трубки диаметрами 20, 25, 32 мм и алюминиевые трубки диаметрами 10, 15, 20, 25 мм

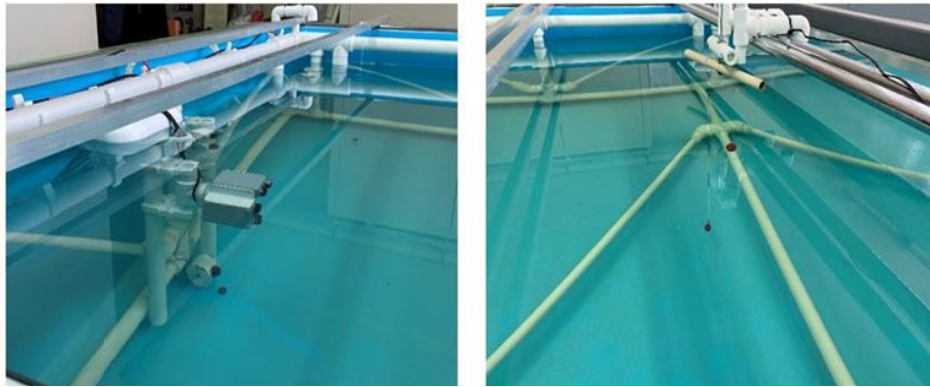


Рис. 2. Экспериментальная установка

Схема установки во время проведения исследования представлена на рис. 3.

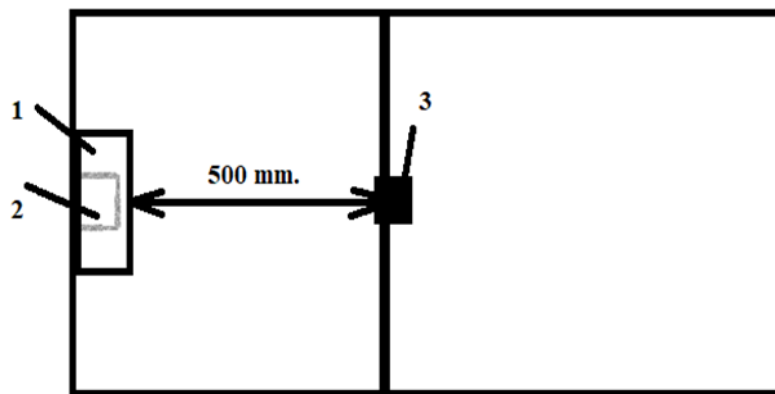


Рис. 3. Схема проведения исследования: излучатель (1), приемники (2), объекты исследования (3)

По полученным сигналам были построены периодограммы методом А. Шустера с сведением к преобразованию Фурье [2] и с помощью вычислительной схемы Буй – Балло [3]. По периодограммам сигналов вычислялись значения 13 признаков для дальнейшей идентификации, подробное описание которых приводится в статье [4].

Выделено 7 классов объектов исследования, относительно которых будем относить контрольные объекты. Этим семи классам соответствуют объекты исследования, изображенные на рис. 3. В обучающей выборке содержится 168 сигналов, в контрольной – 112.

Для идентификации объектов использовались алгоритмы голосования, которые составляют большой класс методов вычисления оценок для распознавания образов.

Первый алгоритм представляет собой сравнение значений k -х признаков из контрольной выборки $x^{(k)}$ со значениями окрестностей признаков обучающей выборки $(x_i^{(k)} \pm \varepsilon_k)$ для каждого класса i . Значение ε может определяться экспериментально, но в данной работе ему присвоено следующее значение:

$$\varepsilon_k = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_i^{(k)}}{N},$$

где N – количество классов, $\sigma_i^{(k)}$ – выборочные оценки среднеквадратических отклонений. Далее вводится функция близости, по принципу которой расставляются голоса за класс:

$$\rho_k(\bar{x}_i^{(k)}, x^{(k)}) = \begin{cases} 1, & \text{если } |\bar{x}_i^{(k)} - x^{(k)}| \leq \varepsilon_k, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Окончательная классификация определяется максимумом голосов за класс.

Модифицированный алгоритм голосования отличается от предыдущего тем, что сравнение значений признаков контрольного объекта происходит с каждым значением признака объектов обучающей выборки.

Результаты идентификации в количестве верно идентифицированных объектов и с вероятностью распознавания приведены в табл. 1, 2 для обоих алгоритмов. Также в таблице отмечено два исхода: сравнение с учетом диаметров объектов и без, т. е. идентифицируется материал подводного объекта.

Таблица 1. Результат идентификации. Алгоритм голосования, оценка по эталонным значениям признаков

Количество идентифицированных объектов классов		Вероятность распознавания, %	
С учетом диаметров	Без учета диаметров	С учетом диаметров	Без учета диаметров
73 из 112	102 из 112	65,2	91,1

Таблица 2. Результат идентификации. Модифицированный алгоритм голосования

Количество идентифицированных объектов классов		Вероятность распознавания, %	
С учетом диаметров	Без учета диаметров	С учетом диаметров	Без учета диаметров
84 из 112	111 из 112	75	99,1

Следующим алгоритмом идентификации подводных объектов по признакам периодограммы является сравнение по евклидовой метрике [6]. Эталонное значение $\bar{x}_i^{(k)}$ определяется как среднее арифметическое значений признака k по i -му классу. Среднеквадратическое отклонение $\sigma_i^{(k)}$ вычисляется как в алгоритме голосования. Евклидово расстояние между контрольными и эталонными значениями признаков рассчитывается следующим образом:

$$D(x^{(k)}, \bar{x}_i) = \sqrt{\sum_k \left(\frac{x^{(k)} - \bar{x}_i^{(k)}}{\sigma_i^{(k)}} \right)^2},$$

где $x^{(k)}$ – вектор значений признаков k контрольного объекта, $\bar{x}_i$ – вектор средних значений признаков по каждому классу i .

Отнесение контрольного объекта к тому или иному классу определяется по наименьшему из расстояний с вектором эталонных значений признаков класса i , т. е. $\min(D(x^{(k)}, \bar{x}_i))$. Результаты идентификации приведены в табл. 3.

Таблица 3. Результат идентификации по евклидовой метрике

Количество идентифицированных объектов классов		Вероятность распознавания, %	
С учетом диаметров	Без учета диаметров	С учетом диаметров	Без учета диаметров
80 из 112	105 из 112	71,4	93,75

Таким образом, можно сделать вывод о перспективности периодограммного анализа в задачах идентификации подводных объектов, а также о том, что выделенное пространство признаков при использовании нескольких алгоритмов идентификации позволяет с достаточно высокой вероятностью определять подводные объекты.

Список литературы

1. Широков, В. А. Экспериментальный комплекс для исследования возможностей использования гидроакустических датчиков в системах подводного видения / В. А. Широков, В. Н. Милич // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2021. – Т. 24, № 4. – С. 54–64. – DOI 10.22213/2413-1172-2021-4-54-64.
2. Бокс, Дж. Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс ; пер. с англ. под ред. В. Ф. Писаренко. – Москва : Мир, 1974. – Кн. 1. – 406 с.
3. Различение подводных объектов на основе периодограммного анализа отраженных гидроакустических сигналов / А. С. Тугбаева, А. Г. Ицков, В. Н. Милич, В. А. Широков // Химическая физика и мезоскопия. – 2022. – Т. 24, № 3. – С. 388–399. – DOI 10.15350/17270529.2022.3.32.
4. Тугбаева, А. С. Формирование пространства признаков для различения объектов по их гидроакустическим сигналам // II Липановские научные чтения : материалы Всероссийской школы-семинара молодых ученых и студентов, Ижевск, 14–16 июня 2023 года. – Ижевск : ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2023. – С. 124–130.
5. Тугбаева, А. С. Алгоритмы идеи / А. С. Тугбаева, А. Г. Ицков, В. Н. Милич // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения : VII Всероссийская научная конференция с международным участием, Тольятти, 16–18 апреля 2024 года. – Тольятти : Тольяттинский государственный университет.
6. Дуда, Р. Распознавание образов и анализ сцен / Р. Дуда, П. Харт ; пер. с англ. Г. Г. Вайнштейна и А. М. Васьковского ; под ред. В. Л. Стефанюка. – Москва : Мир, 1976. – 511 с.

Пути повышения эффективности эксплуатации городских централизованных систем тепло-, водоснабжения

Р. Р. Хамидуллин, Н. П. Кузнецов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье проанализированы причины низкой надежности функционирования городских централизованных систем тепло-, водоснабжения. Предложены организационные и технические мероприятия по повышению эффективности эксплуатации систем городского централизованного горячего водоснабжения и теплоснабжения.

Ключевые слова: система централизованного горячего водоснабжения и теплоснабжения, технологии дегазации горячей воды, коррозионные процессы.

Отказ в СССР в середине прошлого века от многочисленных локальных городских котельных, предназначенных для обслуживания ограниченного количества потребителей, причем работающих в основном на угле или мазуте, к централизованным системам тепло-, водоснабжения позволил не только снизить экологическую нагрузку на окружающую среду, но и повысить надежность оказания этого вида коммунальных услуг населению. Предложенная система успешно развивалась и совершенствовалась фактически до распада СССР. Изменение в 90-х годах в РФ парадигмы развития систем городского коммунального хозяйства, когда панацеей от всех бед в этой отрасли увидели повышение тарифов и соответствующих платежей, привело, в конце концов, к полной обветшалости городских трубопроводных сетей во многих и многих городах России. На эти же годы пришелся и пик зимних похолоданий, особенно в Восточных регионах России, когда полностью выходили из строя системы централизованного городского тепло- и водоснабжения.

Другой причиной резкого роста аварийности на городских трубопроводных сетях в период после распада СССР является смена парадигмы управления городскими жилищно-коммунальными хозяйствами: фактически уход государства от проблем ЖКХ и перевод решения этих проблем на плечи населения. При этом задачей жилищной политики государства должно являться обеспечение граждан конституционным правом на жилье и доступность коммунальных услуг. Но реальность такова, что жилищная политика не гарантирует решения данных задач. Сложившаяся структура ЖКХ способна обеспечивать узкий круг коммунальных услуг, причем низкого качества, но по высоким ценам. Передача объектов ЖКХ в частные руки различного рода ООО, ИП и проводимая политика по переносу стоимости коммунальных услуг на плечи потребителя не только не достигла своей цели, но привела к негативным последствиям. Темпы роста стоимости коммунальных услуг значительно превышают рост величины

реальной заработной платы населения [1]. Обещанный рост качества оказания коммунальных услуг за счет повышения их стоимости показал обратную тенденцию: основной целью коммерческих структур, занимающихся коммунальным хозяйством, является, в соответствии с их уставами, получение прибыли. Обеспечение максимальной прибыли чаще всего исключает заботу о качестве выполняемых услуг, заботу о техническом состоянии эксплуатируемого оборудования. Поэтому высказанные в упомянутой работе [1] предложения об интенсификации перевода объектов ЖКХ из муниципальной собственности в коммерческие структуры являлось весьма ошибочным. Доказательством этого являются массовые аварийные ситуации на городских объектах ЖКХ в РФ в зиму 2023/24 года, что является закономерным итогом роста потока подобных событий в последние годы.

Не является исключением из этого ряда и город Ижевск. Так, в январе 2016-го в Ижевске было объявлено чрезвычайное положение из-за десятков порывов трубопроводов системы теплоснабжения и централизованного горячего водоснабжения, в результате чего десятки подвалов многоэтажных жилых домов оказались залиты водой. Причина чрезвычайного положения – ветхость городского трубопроводного хозяйства, а главная причина которого – коррозия [2].

С катастрофическим ростом массовых порывов трубопроводов тепло- и водоснабжения городские власти Ижевска столкнулись в 80-х годах прошлого века. Это произошло в считанные месяцы после того, когда в город была подведена вода из реки Камы, которая имела в своем составе много растворенных агрессивных солей и содержала значительное количество растворенного кислорода и углекислоты [3]. Эффективным способом борьбы с внутренней коррозией трубопроводов, предназначенных для транспортировки жидкости, в том числе и горячей воды, является ее дегазация. В соответствии с законом Генри растворимость газов в жидкости падает с ростом ее температуры и снижением давления окружающей среды. Поэтому одним из наиболее широко применяемых методов снижения скорости внутренней коррозии труб считается термовакuumная дегазация [4–6]. В Камско-Уральском регионе, в том числе и в г. Ижевске, в системах горячего водоснабжения широкое применение нашли термовакuumные деаэраторы насадочного типа, принципиальная схема которого показана на рис. 1 [7].

Нагретая в бойлерах вода с температурой выше температуры насыщения, соответствующей давлению в дегазационной колонне 1, через перфорированную трубу 2 подается в рабочую полость колонны 1, а затем попадает на насадку 3 из колец Рашига. При вскипании перегретой воды образуется паровоздушная смесь, которая после прохождения через охладитель паровоздушной смеси 11 отсасывается водоструйным эжектором 10 [7]. Дегазированная вода 4 нагнетательными (раздаточными) насосами 6 подается потребителям.

Массовое внедрение термовакuumных дегазаторов, схема которых приведена на рис. 1, в городе Ижевске в 80-х годах позволило снизить остроту проблемы с низкой надежностью функционирования городского трубопроводного хозяйства. Однако термовакuumные дегазаторы имеют ряд недостатков.

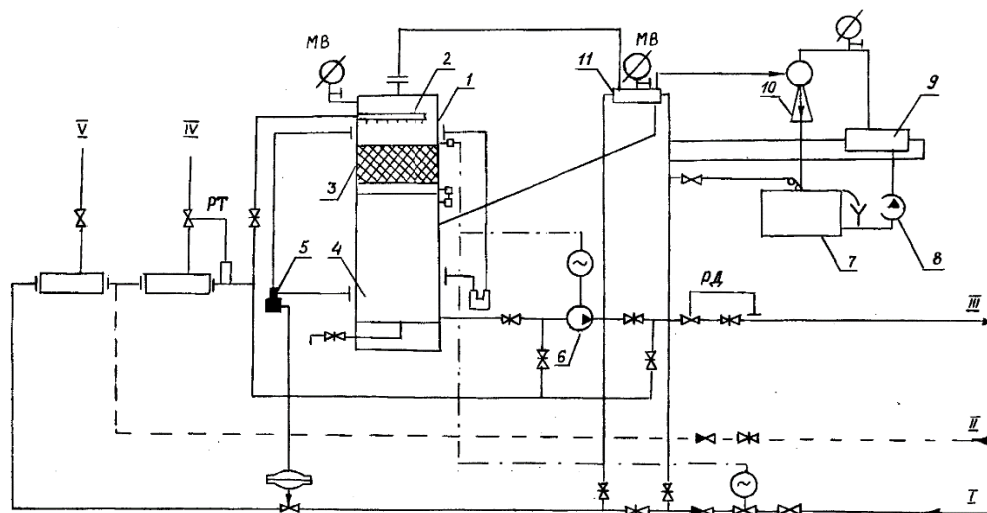


Рис. 1. Схема термовакuumной деаэрации с колонкой насадочного типа

Первый недостаток состоит в том, что насадка в дегазаторах выполняется из колец Рашига. Расход воды из дегазационной колонны меняется в зависимости от времени суток, а это приводит к импульсной подаче жидкости на дегазацию, в результате чего кольца Рашига испытывают удары, крошатся, приходят в движение. Из-за этого движения истираются стенки дегазационной колонны. Упавшие вниз колонны куски колец Рашига выводят из строя раздаточные насосы. Более того, кольца Рашига загромождают проходное сечение колонны и ухудшают проход выделившихся газов и пара в зону отсоса.

Во-вторых, в соответствии с ГОСТ 9654–61 [5], а также ГОСТ 16860–88 [8], термовакuumный дегазатор должен выдавать деаэрированную воду с остаточным содержанием растворенного кислорода не более 120 мгк/кг. Из-за высокой агрессивности камской воды в г. Ижевске вводимые в строй на ЦТП насадочные термовакuumные дегазаторы с принципиальной схемой, изображенной на рис. 1, только первые месяцы работы позволяют выдавать деаэрированную воду с остаточным содержанием растворенного кислорода порядка 100–120 мгк/кг. С течением времени эта характеристика ухудшается из-за старения прокладок, начавшегося процесса ржавления в элементах дегазационной колонны, из-за осаждения на кольцах Рашига насадки накипи и слизи.

Третьим фактором, влияющим на работу дегазатора, является ненадежность работы его контрольно-регулирующей аппаратуры. Такая ненадежность вызывает частые остановки дегазационных колонн с целью выполнения либо регламентных, либо ремонтных работ. Эти остановки приводят в момент запуска колонны к резкому повышению, хотя и кратковременному, содержания растворенного кислорода в поступающей к потребителю воде [7, 10].

Четвертым существенным недостатком работы термовакuumной дегазационной колонны является низкая эффективность работы его подсистем. В качестве таких подсистем можно выделить для термовакuumного дегазатора систему подачи воды на дегазацию – систему распыла воды в рабочую полость дегазатора; систему отсоса паровоздушной смеси и вакуумирования дегазаци-

онной колонны. В монографиях [4, 11–13] систематизированы технические предложения, основанные на использовании элементов камер сгорания утилизируемых ракет с ЖРД в технологиях термовакuumной дегазации с целью совершенствования (модернизации) этих технологий. При этом следует отметить, что в России в эксплуатации находится несколько тысяч термовакuumных дегазационных колонн, выполненных по схеме, приведенной на рис. 1.

Для совершенствования технологии термовакuumной дегазации в [3] предлагаются следующие пути: 1) увеличение поверхности раздела фаз; 2) увеличение глубины вакуума; 4) увеличение температуры дегазируемой воды. Для устранения недостатков термовакuumных дегазаторов насадочного типа в монографиях [4, 11–13] предлагается ряд технических решений, по многим из которых получены патенты на изобретения РФ. В частности, в указанных работах отмечены положительные результаты использования в качестве узла распыла воды на дегазацию связки из форсуночных головок жидкостных ракетных двигателей от утилизируемых ракет. На рис. 2 приведена фотография узла распыла горячей воды, а на рис. 3 – фотография отдельной форсуночной головки от двигателя ракеты 8К14.

Технические решения по использованию форсуночных головок ЖРД в качестве узла распыла в дегазационных колоннах защищены рядом патентов РФ на изобретения: № 2076768, 2202518, 2196113, 2171230. При тепло-химических испытаниях модернизированных промышленных дегазационных колонн было обнаружено, что содержание кислорода в дегазированной воде колебалось в пределах от 80 до 120 мкг/кг, углекислота отсутствовала полностью. Однако при этом происходила резкая интенсификация процесса парообразования в дегазационной колонне, что приводило зачастую к запиранию тракта отсоса паровоздушной смеси из колонны [4, 8, 9]. Для решения проблемы повышения эффективности работы охладителя выпара и струйного насоса было предложено в конструкцию дегазационной колонны ввести дополнительно заборник выпара с развитой поверхностью конденсации. Такая поверхность может быть легко сформирована с помощью колец Рашига. Один из возможных подобных вариантов технического решения, в соответствии с патентом на изобретение России № 2175953, представлен на рис. 2 [12, 14].

Несмотря на высокую эффективность дегазации горячей воды при использовании форсуночных головок от снимаемых с вооружения жидкостных ракетных двигателей, при длительной работе дегазационной колонны и малых геометрических размерах самих центробежных форсунок тракты форсунок быстро зарастали оседавшей на их стенках накипью. Для ликвидации последствий зарастания проходных сечений трактов форсунок необходимо было проводить частые регламентные работы по их восстановлению. Более того, в состав одной форсуночной головки от жидкостного ракетного двигателя входят форсунки нескольких типов, с различными геометрическими параметрами, что создает определенные технические проблемы по выбору оптимальных режимов работы всей форсуночной головки в качестве узла распыла воды на дегазацию.

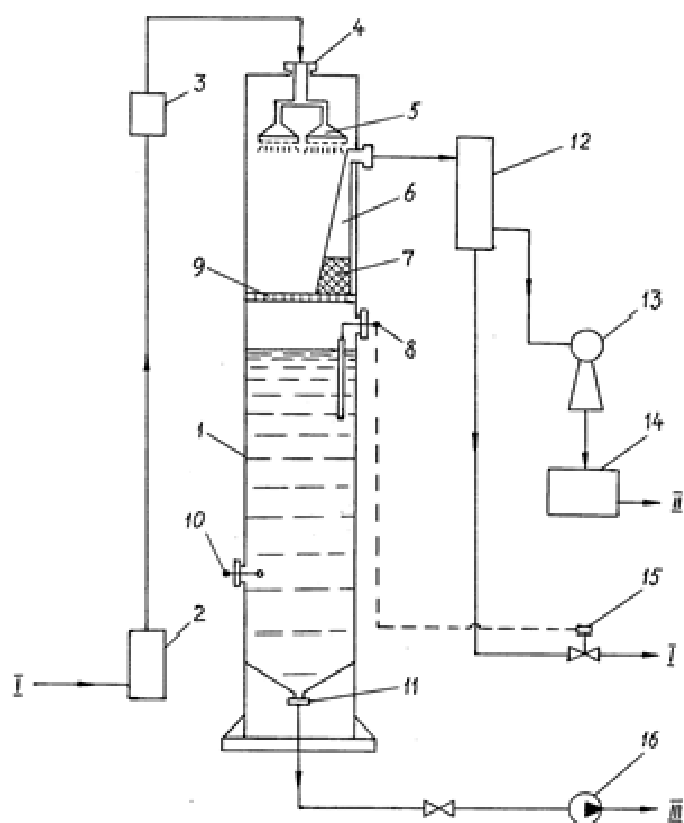


Рис. 2. Схема термовакuumной дегазационной колонны с форсуночной подачей воды на дегазацию [12, 14]

Положительный опыт эксплуатации узлов подачи воды на дегазацию, выполненных в виде связки форсуночных головок от ЖРД, показал перспективность использования этого принципа для эффективной работы промышленных дегазаторов, но при значительно больших геометрических размерах отдельной форсунки.

Для выбора оптимальных параметров форсунок термовакuumного дегазатора предлагается эмпирический экспериментальный путь, основанный на теории планировании эксперимента. С этой целью был изготовлен комплект элементов опытных форсунок со стационарными закручивающими элементами потока жидкости, фотография которого представлена на рис. 3.

Варьируя основными геометрическими параметрами форсунок, а также давлением подачи жидкости в форсунку, в соответствии с теорией планирования эксперимента был проведен ряд предварительных экспериментальных исследований. Некоторые моменты этих экспериментов представлены на рис. 4.

Результаты проведенных экспериментальных исследований позволят предложить эмпирические модели по выбору геометрических параметров и конструктивно-компоновочных схем центробежных вихревых форсунок для линейки термовакuumных дегазаторов. Более того, предлагаемая новая конструктивно-компоновочная схема центробежной вихревой форсунки может быть адаптирована для использования в составе форсуночных головок ЖРД.

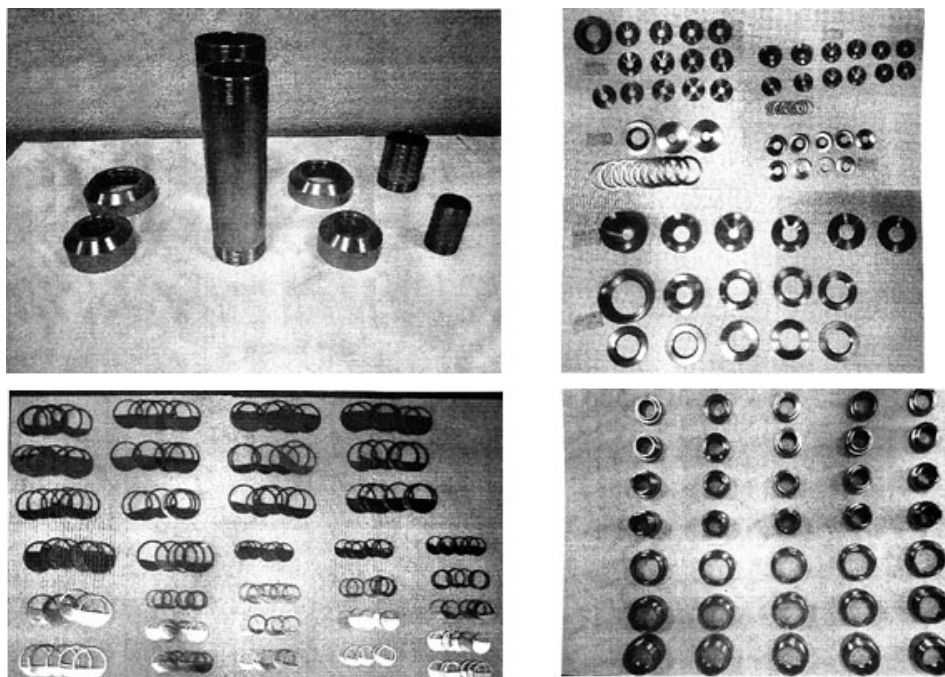


Рис. 3. Элементы устройства для изучения вихревых форсунок для ЖКХ

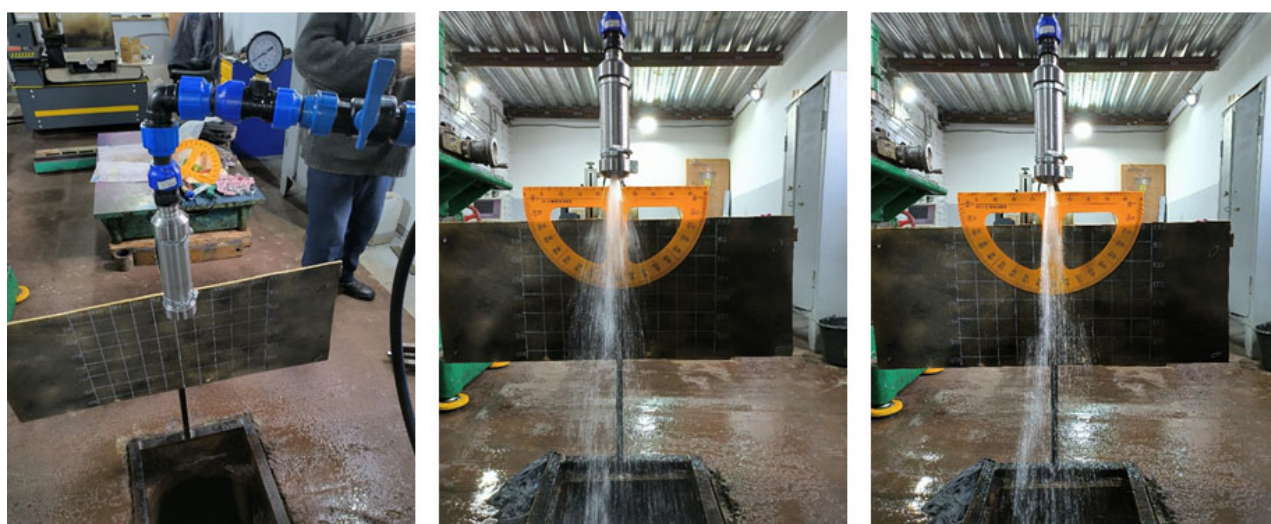


Рис. 4. Экспериментальные исследования вихревой опытной форсунки

Было установлено, что скорость коррозионных процессов сложным образом меняется по длине раздаточного трубопровода горячей воды. Путем снижения скорости коррозионных процессов на участках сети, которые имеют повышенный риск образования порывов, можно увеличить сроки безаварийной эксплуатации трубопровода в целом. Была построена эмпирическая модель, описывающая изменение скорости коррозионных процессов по длине трубопровода вида [4].

$$m_{\text{СК}}^0 = \frac{C_0 [N_0 + Q_0 x + D_0 x^2] e^{-K_0 x}}{B_0 + E_0 x}, \quad (1)$$

где $C_0, N_0, Q_0, D_0, B_0, E_0, K_0$ – характеристики трубопроводной системы; x – текущая координата поперечного сечения трубопровода.

Отсюда следует, что если для участков трубопровода, где скорость коррозии максимальна, заменить материал этих участков на материал, более стойкий к коррозии, то это повысит период безаварийной эксплуатации сети горячего водоснабжения. При этом наиболее напряженным по скорости коррозионных процессов, как показывает статистика, в том числе для города Ижевска, являются участки раздаточного трубопровода на расстоянии 10–25 метров от центрального теплового пункта.

Еще одним техническим решением является увеличение глубины вакуума в дегазационной колонне за счет совершенствования системы отсоса паровоздушной смеси из дегазационной колонны [4].

Предлагается новый экономический механизм повышения эффективности эксплуатации системы противокоррозионной защиты. Механизм заключается в том, чтобы законодательно ввести штрафы для управляющих компаний при превышении содержания кислорода в дегазируемой воде выше допустимых норм.

Список литературы

1. *Ахтулов, А. Л.* Новые формы управления качеством жилищно-коммунальных услуг муниципальных образований малых городов / А. Л. Ахтулов, Т. Д. Подкосова // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2010. – № 2 (45). – С. 42–43.
2. Опыт конверсионного использования элементов камеры сгорания утилизируемых ЖРД для совершенствования термовакуумной технологии дегазации горячей воды / Е. В. Бухтулова, Н. П. Кузнецова, А. И. Салтыков, И. Т. Севрюков, П. М. Фомин // Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России, № 3 (131), 2016. – С. 37–52.
3. *Рейзин, Б. Л.* Коррозия и защита коммунальных водопроводов / Б. Л. Рейзин, И. В. Стрижевский, Ф. А. Шевелев. – Москва : Стройиздат, 1979. – 398 с.
4. Техничко-экономические аспекты городского централизованного водоснабжения / Н. П. Кузнецов, В. А. Пономаренко, А. И. Салтыков, Е. В. Бухтулова. – Москва : Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 480 с.
5. *Труб, И. А.* Вакуумные деаэратеры / И. А. Труб, О. П. Литвин. – Москва : Энергия, 1967. – 100 с.
6. *Шарапов, В. И.* Подготовка подпиточной воды систем теплоснабжения с применением вакуумных дегазаторов. – Москва : Энергоатомиздат, 1996. – 176 с.
7. *Лапотышкина, Н. П.* Водоподготовка и водно-химический режим тепловых сетей / Н. П. Лапотышкина, Р. П. Сазонов. – Москва : Энергоиздат, 1982. – 200 с.
8. ГОСТ 16860–88. Деаэратеры термические. Типы, основные параметры, приемка, методы контроля. – Москва : Изд-во стандартов, 1989.
9. *Bell Robert, J.* Corrosion of Deaerators and Feed water Neatens / J. Bell Robert // Metals Handbook Vol.13 – Metals Park (Ohio). - 1987. – P. 989-990.
10. *Балабан-Ирменин, Ю. В.* О влиянии «проскоков» кислорода на коррозию углеродистых сталей в условиях теплосети / Ю. В. Балабан-Ирменин, С. Е. Бессолицин, А. М. Рубашов // Теплоэнергетика. – 1992. – № 12. – С. 36–38.

11. *Кузнецов, Н. П.* Конверсионное использование элементов утилизируемых ракет с ЖРД / Н. П. Кузнецов, В. А. Пономаренко, А. И. Салтыков. – Москва ; Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2003. – 188 с.
12. *Кузнецов, Н. П.* Утилизация ракет с ЖРД (на примере ракеты 8К14) / Н. П. Кузнецов, М. Г. Кургузкин, В. А. Николаев. – Москва ; Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 268 с.
13. *Олиker, И. И.* Термическая дегазация воды на тепловых электростанциях / И. . Олиker, В. А. Пермяков. – Ленинград : Энергия, 1971. – 185 с.
14. Конверсионная утилизация вооружений и военной техники: инженерные аспекты. – В 2 частях. Часть вторая. Структура комплексов вооружений и военной техники и варианты их конверсионной утилизации / И. Б. Ахмадуллин, Г. Н. Безруков, Е. В. Бухтулова, М. Ч. Залиханов, А. И. Краснянский, Н. П. Кузнецов, М. Г. Кургузкин, В. А. Федоров ; под общ. ред. Н. П. Кузнецова. – Москва ; Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2017. – 612 с.

Секция 2.
ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 531.55.011

**Разработка программного обеспечения для моделирования
и оптимального управления движением планирующего снаряда**

С. А. Королев, Д. А. Трефилов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В работе предложена математическая модель планирующего полета управляемого реактивного снаряда переменной массы, описывающая изменение координат, скорости, угла наклона траектории, угла атаки и скольжения. Модель учитывает зависимости аэродинамических сил и моментов от размеров крыльев, стабилизаторов и рулей. Для построения функции оптимального управления движением снаряда реализован генетический алгоритм с вещественным кодированием. Рассмотрено несколько способов управления движением планирующего снаряда: управление с постоянным углом наклона траектории на участке управления, управление с постоянным углом атаки и управление с переменным углом атаки, найденным с помощью генетического алгоритма. Разработанное в ходе исследований математическое и программное обеспечение позволяет рассчитать траекторию полета реактивного управляемого снаряда, а также решать задачу оптимального управления движением планирующего снаряда с целью повышения дальности полета.

Ключевые слова: внешняя баллистика, планирующий полет, повышение дальности, математическое моделирование, оптимальное управление, генетический алгоритм.

Математическая модель внешней баллистики снаряда

Повышение дальности полета снаряда является актуальной задачей ракетно-артиллерийского вооружения. Целью работы является исследование возможности повышения дальности полета планирующего снаряда за счет применения методов оптимального управления.

Задача повышения дальности полета снаряда за счет использования методов оптимального управления рассматривается в работах [1–5]. В статье [5] приводятся способы повышения дальности полета планирующего снаряда. В основе методики моделирования полета снаряда лежит система дифференциальных уравнений, описывающая движение снаряда в атмосфере [6, 7].

Система дифференциальных уравнений движения управляемого реактивного снаряда имеет вид [8]:

$$\frac{dx_c}{dt} = V \cos \theta \cos \psi, \quad (1)$$

$$\frac{dy_c}{dt} = V \sin \theta, \quad (2)$$

$$\frac{dz_c}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi, \quad (3)$$

$$m \frac{dV}{dt} = -mg \sin \theta + P - X_a, \quad (4)$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = -mg \cos \theta + Y_a + P \sin \alpha, \quad (5)$$

$$mV \cos \theta \frac{d\psi}{dt} = Z_a + P \sin \beta, \quad (6)$$

$$\frac{dm}{dt} = -q_p(t), \quad (7)$$

где x_c – дальность полета; y_c – высота полета снаряда; z_c – боковое отклонение (см. рис. 1); θ – угол наклона траектории; ψ – угол направления; V – скорость снаряда; m – масса снаряда; g – ускорение силы тяжести; P – тяга реактивного двигателя; $\frac{dm}{dt} = -q_p(t)$ – расход топлива; α , β – углы атаки и скольжения снаряда.

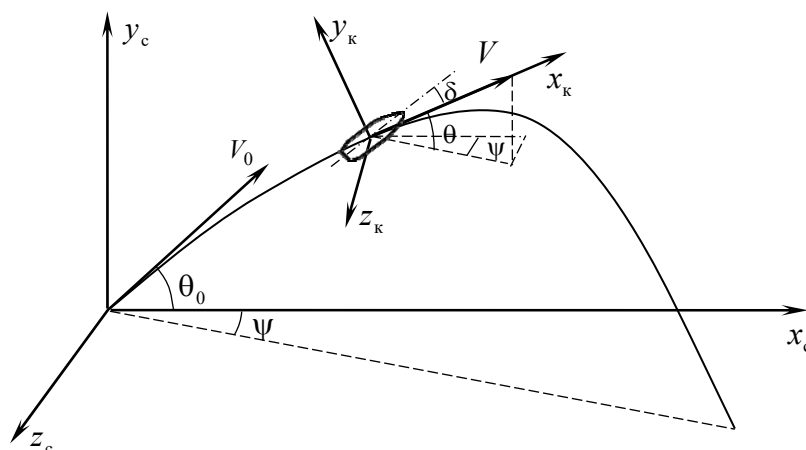


Рис. 1. Траектория снаряда в стартовой системе координат

Проекции аэродинамической силы на оси траекторной системы координат $Ox_k y_k z_k$

$$X_a = C_x \frac{\rho V^2}{2} S_M, \quad Y_a = C_y \frac{\rho V^2}{2} S_M, \quad Z_a = C_z \frac{\rho V^2}{2} S_M, \quad (8)$$

где $C_x = C_x(M, \alpha, \beta)$, $C_y = C_y(M, \alpha)$, $C_z = C_z(M, \beta)$ – зависимости безразмерных коэффициентов проекций аэродинамической силы.

Схема управляемого реактивного снаряда представлена на рис. 2. Крылья и стабилизаторы снаряда имеют трапециевидную форму с размерами: l – длина крыла; b_0 – корневая хорда; b_1 – концевая хорда. Площадь крыльев (стабилизаторов) $S = l(b_0 + b_1)$. Удлинение крыла $\lambda = \frac{4l}{(b_0 + b_1)}$, сужение $\eta = \frac{b_1}{b_0}$, угол стреловидности передней кромки $\chi_0 = \arctan\left(\frac{b_0 - b_1}{l}\right)$. Рули занимают часть площади стабилизаторов $S_p = k_p S_c$, где k_p – доля площади рулей в стабилизаторах; S_c – площадь стабилизаторов.

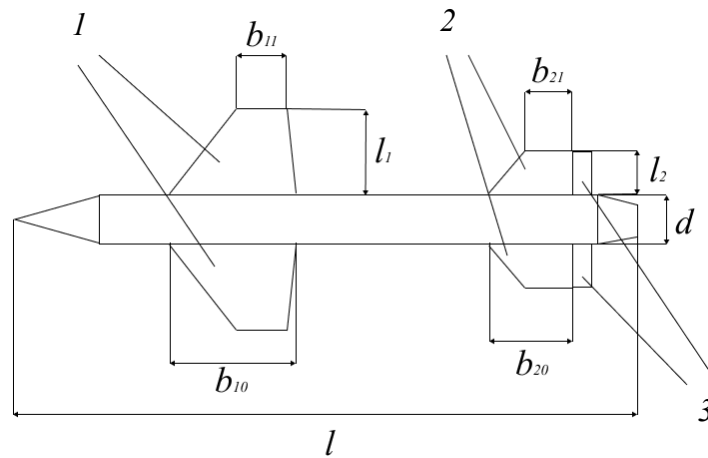


Рис. 2. Схема управляемого реактивного снаряда:
1 – крылья; 2 – стабилизаторы; 3 – рули

Зависимости коэффициентов аэродинамической силы и момента снаряда, представленного на рис. 2, вычисляются по методике, приведенной в работах [7, 8].

Управление движением снаряда происходит за счет углов отклонения рулей (см. рис. 3). Зависимость между углами отклонения рулей и углами скольжения и атаки

$$\beta = \frac{m_y^{\delta_H}}{m_y^{\beta}} \delta_H, \quad \alpha = \frac{m_z^{\delta_B}}{m_z^{\alpha}} \delta_B.$$

Углы отклонения рулей изменяются в пределах $|\delta_H| < \delta_H^{\max}$, $|\delta_B| < \delta_B^{\max}$. При этом углы атаки и скольжения для устойчивого движения снаряда по траектории не превышают следующих значений:

$$|\alpha| \leq 20^\circ, \quad |\beta| \leq 20^\circ. \quad (9)$$

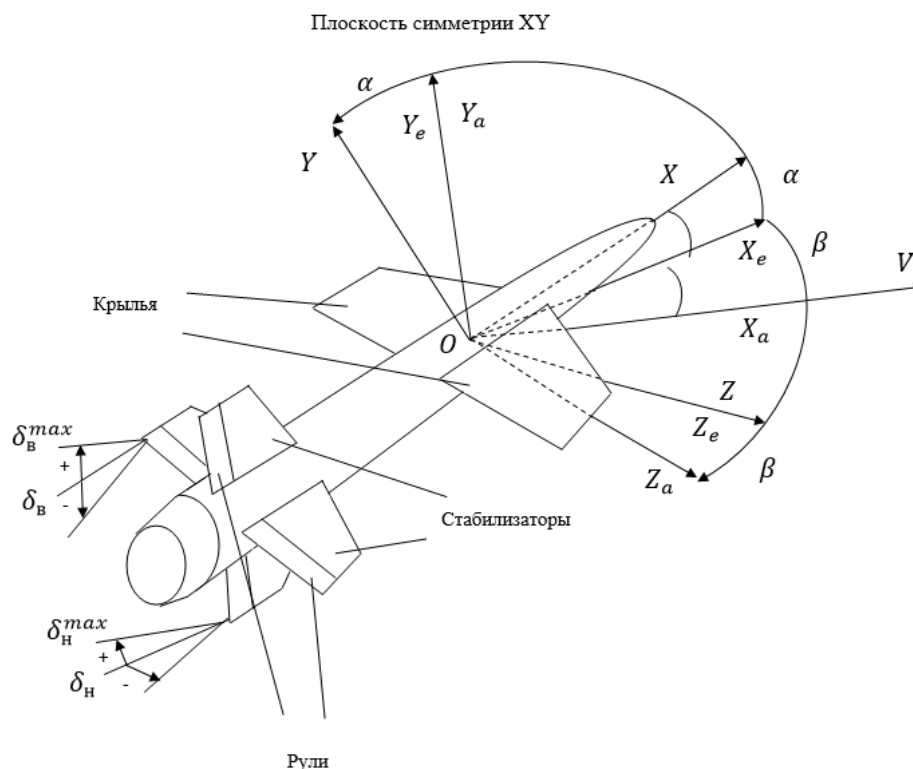


Рис. 3. Отображение углов атаки, скольжения, отклонения рулей

Рассматриваются следующие способы управления движением снаряда. Первый способ управления предполагает поддержание постоянного угла наклона траектории на участке управления $\theta = \theta_\phi = \text{const}$. При этом $\frac{d\theta}{dt} = 0$, из уравнения (5) получаем зависимость для угла атаки

$$\alpha = \frac{mg \cos \theta}{C_y q S_M + P}. \quad (10)$$

На участке управления, т. е. когда угол наклона траектории станет меньше заданного постоянного угла наклона траектории $\theta < \theta_\phi$, будем считать угол атаки по ранее выведенной формуле (10). В начальной части траектории до участка управления угол атаки $\alpha = 0$. Далее получим траектории с различным постоянным углом наклона траектории. Среди найденных траекторий найдем случай, когда снаряд достигает максимальной дальности полета при заданных ограничениях (9).

Второй способ управления движением снаряда предполагает задание постоянного угла атаки $\alpha = \alpha_\phi = \text{const}$ на участке управления, до участка управления $\alpha = 0$. Начало участка управления примем в верхней точке траектории, когда угол наклона траектории станет отрицательным $\theta < 0$. Далее получим траектории с различным постоянным углом атаки. Среди найденных траекторий найдем случай, когда снаряд достигает максимальной дальности полета при заданных ограничениях (9).

Третий способ управления движением снаряда предполагает задание угла атаки в виде зависимости от времени $\alpha = \alpha(t)$ на участке управления, когда угол наклона траектории станет отрицательным $\theta < 0$. Угол атаки до участка управления $\alpha = 0$. Функцию $\alpha = \alpha(t)$ найдем из решения задачи оптимального управления с целью повышения дальности полета снаряда. Задачу будем решать с помощью генетического алгоритма, поэтому непрерывную зависимость $\alpha = \alpha(t)$ заменим вектором значений угла атаки в фиксированные моменты времени $\bar{\alpha} = \{\alpha_i\}$, $i = 0, \dots, k$.

Рассмотрим задачу оптимального управления

$$X = f(\bar{\alpha}) \rightarrow \max,$$

где f – целевая функция дальности полета снаряда; $\bar{\alpha} = \{\alpha_i\}$ – вектор углов атаки; $\alpha_i \in [-20, 20]$; $i = 1, \dots, k$; $k = \frac{T}{h}$; T – время полета снаряда; h – интервал времени изменения угла атаки.

Для решения системы (1)–(7) был использован метод Рунге – Кутты 4-го порядка [9]. Для обеспечения заданной относительной точности по норме вектора решений $\varepsilon = 10^{-3}$ шаг по времени составил 0,03125 с.

При решении задачи оптимизации был использован генетический алгоритм с вещественным кодированием [10]. Для наискорейшей сходимости были выбраны следующие параметры генетического алгоритма: объем популяции, равный 50 хромосом, вероятность скрещивания, равная 0,5, вероятность мутации, равная 0,01.

Исследование дальности полета снаряда

В табл. 1 представлены параметры рассматриваемого снаряда.

Таблица 1. Параметры снаряда

№ п/п	Наименование	Обозначение	Значение
1	Калибр снаряда	d , м	0,1
2	Масса снаряда	m , кг	40,0
3	Длина снаряда	l , м	2,0
4	Корневая хорда крыла	b_{10} , м	0,1
5	Концевая хорда крыла	b_{11} , м	0,2
6	Длина крыла	l_1 , м	0,15
7	Корневая хорда стабилизатора	b_{20} , м	0,15
8	Концевая хорда стабилизатора	b_{21} , м	0,1
9	Длина стабилизатора	l_2 , м	0,1
10	Доля площади руля в стабилизаторе	k_p	0,5
11	Время начала работы двигателя	t_{p0} , с	5,0
12	Продолжительность работы двигателя	Δt_p , с	4,0
13	Единичный импульс тяги реактивного двигателя	I_1 , м/с	2500
14	Масса топлива	m_T , кг	10,0

В табл. 2 представлены начальные условия стрельбы.

Таблица 2. Начальные условия стрельбы

№ п/п	Наименование	Обозначение	Значение
1	Координата x_c	x_c , м	0,0
2	Координата y_c	y_c , м	0,0
3	Координата z_c	z_c , м	0,0
4	Скорость снаряда	V , м	200,0
5	Угол наклона траектории	θ , град.	45
6	Угол направления	ψ , град.	0
8	Температура воздуха	T_0 , К	288,15
9	Давление воздуха	P_0 , Па	100000

Рассмотрим результаты моделирования движения планирующего снаряда при рассматриваемых способах управления.

На рис. 4 и 5 представлены графики траекторий при поддержании постоянного значения угла наклона траектории на участке управления. Значения угла наклона траектории θ_ϕ выбирались в диапазоне от -20 до 0 градусов с шагом 5 градусов.

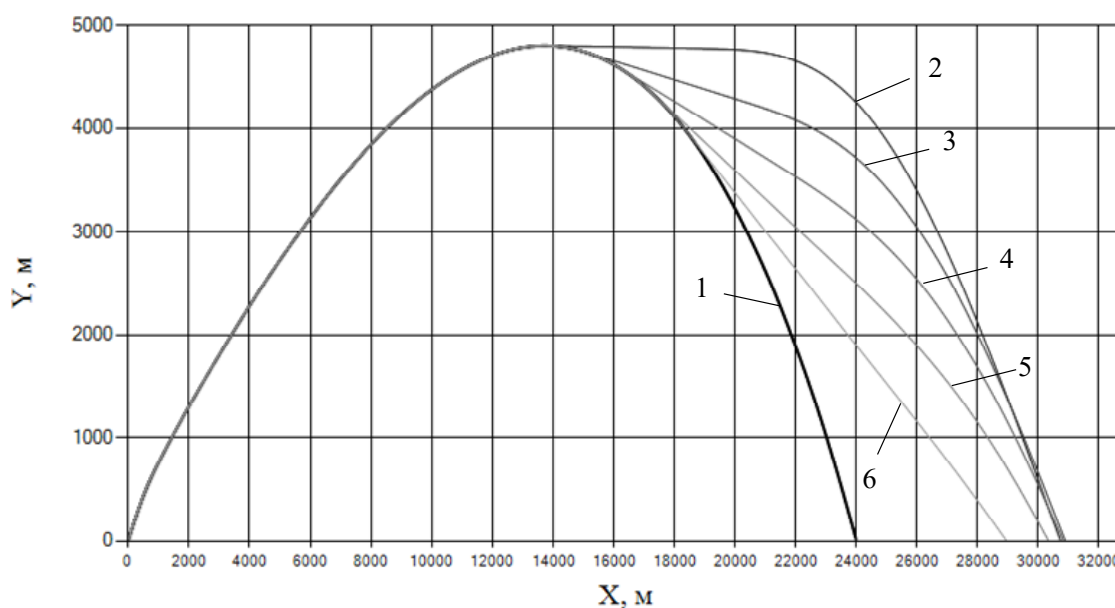


Рис. 4. Графики траекторий при изменении постоянного угла наклона траектории: 1 – опорная траектория (без управления), 2 – $\theta_\phi = 0^\circ$, 3 – $\theta_\phi = -5^\circ$, 4 – $\theta_\phi = -10^\circ$, 5 – $\theta_\phi = -15^\circ$, 6 – $\theta_\phi = -20^\circ$

Из рис. 4 следует, что дальность полета снаряд без управления составляет 24,0 км, при $\theta_\phi = -5^\circ$ достигается максимальная дальность полета снаряда, равная 30,9 км, что на 28,75 % больше по сравнению с дальностью снаряда без управления.

На рис. 5 представлены графики зависимости углов наклона траектории от времени. По графикам видно, что постоянное значение угла наклона траектории поддерживается только на части участка управления. В дальнейшем значение угла наклона уменьшается вследствие того, что срабатывает ограничение на значение угла атаки и снаряд физически не может сохранять прямолинейное движение.

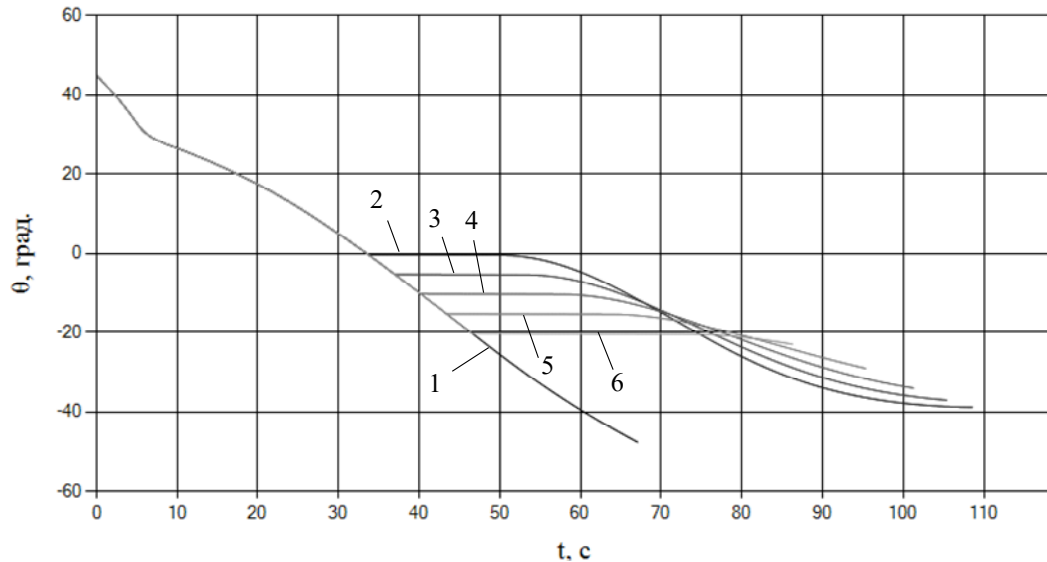


Рис. 5. Графики зависимости углов наклона траектории от времени: 1 – опорный график (без управления), 2 – $\theta_{\phi} = 0^{\circ}$, 3 – $\theta_{\phi} = -5^{\circ}$, 4 – $\theta_{\phi} = -10^{\circ}$, 5 – $\theta_{\phi} = -15^{\circ}$, 6 – $\theta_{\phi} = -20^{\circ}$

Рассмотрим результаты моделирования движения снаряда при задании постоянного значения угла атаки на участке управления.

На рис. 6 представлены графики траекторий при изменении постоянного угла атаки в диапазоне от 4 до 20 градусов с шагом 4 градуса.

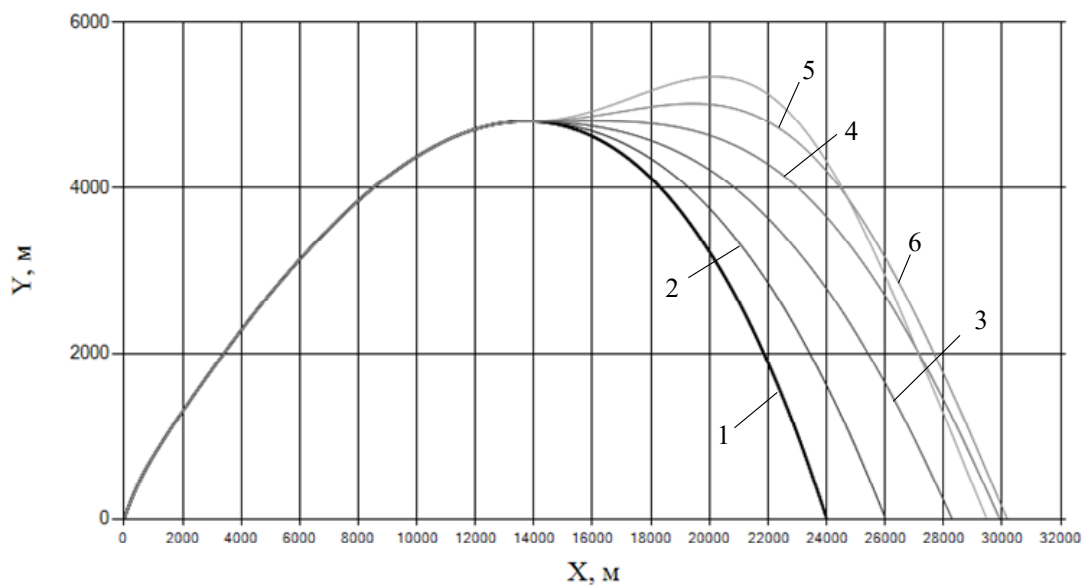


Рис. 6. Графики траекторий при изменении постоянного угла атаки: 1 – опорная траектория (без управления), 2 – $\alpha_{\phi} = 4^{\circ}$, 3 – $\alpha_{\phi} = 8^{\circ}$, 4 – $\alpha_{\phi} = 12^{\circ}$, 5 – $\alpha_{\phi} = 16^{\circ}$, 6 – $\alpha_{\phi} = 20^{\circ}$

Из рис. 6 видно, что при $\alpha_\phi = 16^\circ$ достигается максимальная дальность полета 30,2 км, что на 25,83 % больше по сравнению с дальностью снаряда без управления.

На рис. 7 представлены графики траекторий для всех трех рассматриваемых способов управления движением планирующего снаряда. При этом для первого и второго способа управления выбраны оптимальные значения параметров управления, обеспечивающие максимальную дальность.

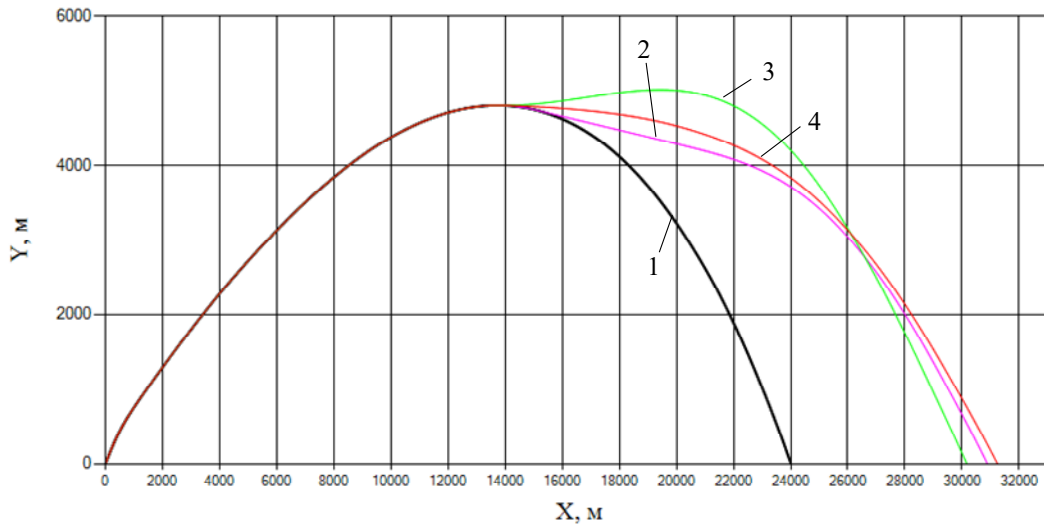


Рис. 7. Графики траекторий движения полета снаряда: 1 – опорная траектория (без управления), 2 – первый способ управления, $\theta_\phi = -5^\circ$, 3 – второй способ управления, $\alpha_\phi = 16^\circ$, 4 – третий способ управления, $\alpha = \alpha(t)$

На рис. 8 представлены графики зависимости угла атаки от времени для трех способов управления.

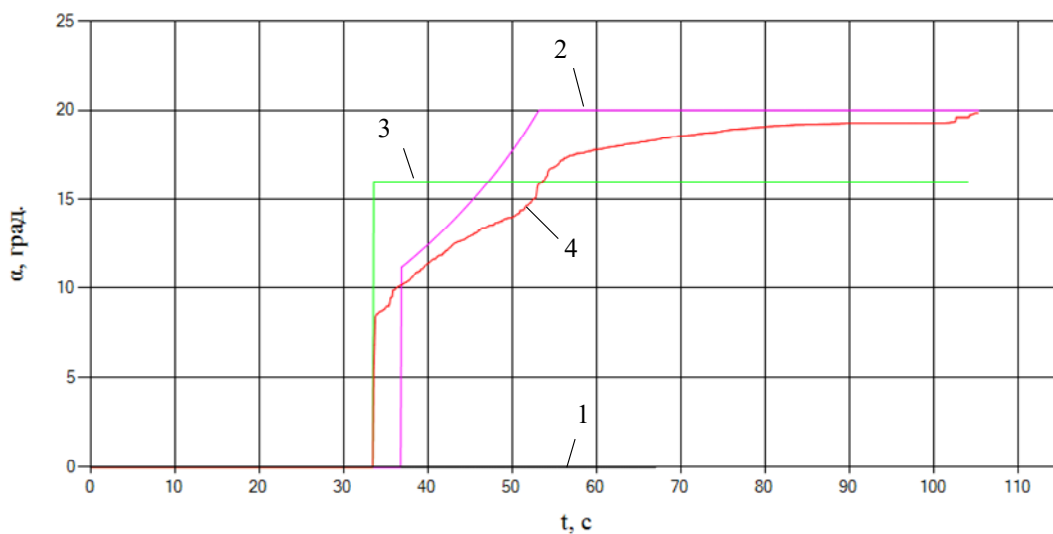


Рис. 8. Графики зависимостей углов атак от времени: 1 – опорный график (без управления), 2 – первый способ управления, $\theta_\phi = -5^\circ$, 3 – второй способ управления, $\alpha_\phi = 16^\circ$, 4 – третий способ управления, $\alpha = \alpha(t)$

Из рис. 7 видно, что максимальная дальность полета снаряда достигается при третьем способе управления и составляет 31,2 км, что на 30,0 % больше по сравнению с дальностью снаряда без управления.

Список литературы

1. Амелянчик, А. И. К вопросу о движении артиллерийского снаряда / А. И. Амелянчик, Н. И. Горбач // Теоретическая и прикладная механика : международный научно-технический сборник. – 2009. – № 24. – С. 247–260.
2. Нечепуренко, К. Ю. Постановка задачи оптимизации дальности полета летательного аппарата / К. Ю. Нечепуренко, С. В. Феофилов // Известия ТулГУ. – 2021. – № 11. – С. 53–59.
3. Пантелеев, А. В. Применение генетических алгоритмов к задаче оптимального управления дальностью полета летательного аппарата типа воздух-воздух / А. В. Пантелеев, Д. В. Метлицкая // Вестник МАИ. – 2011. – № 4. – С. 102–113.
4. Семашкин, В. Е. Максимизация дальности управляемого полета с использованием метода Крылова-Черноустько // Всероссийское совещание по проблемам управления. – 2019. – № 8. – С. 1267–1271.
5. Ветров, В. В. Оптимизация некоторых баллистических параметров, проблемно ориентированная на достижение максимальной дальности полета / В. В. Ветров, В. В. Морозов, П. Д. Шилин // Известия ТулГУ. – 2018. – № 11. – С. 36–41.
6. Внешняя баллистика : учебник для студентов вузов / Дмитриевский А. А. и др. – Москва : Машиностроение, 2002. – 640 с.
7. Лебедев, А. А. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: учебное пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / А. А. Лебедев, Л. С. Чернобровкин. – Москва : Машиностроение, 1973. – 616 с.
8. Математические модели динамики движения летательных аппаратов: учебное пособие / Т. Ю. Лемешонок, А. А. Сизова, Н. Е. Баранов, В. А. Санников. – Санкт-Петербург : Балтийский государственный технический университет, 2020. – 122 с.
9. Горелов, Ю. Н. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Рунге – Кутты) : учебное пособие / Ю. Н. Горелов, Л. В. Курганская. – Самара : Издательство Самарского университета, 2023. – 76 с.
10. Панченко, Т. В. Генетические алгоритмы: учебно-методическое пособие. – Астрахань : Астраханский университет, 2007. – 87 с.

Математическое моделирование движения управляемого реактивного снаряда

С. А. Королев, А. И. Федоров

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В работе рассматривается вопрос математического моделирования движения управляемого реактивного снаряда. Предлагается математическая модель управления движением снаряда с учетом запаздывания. Представлено решение прямой задачи внешней баллистики для 122мм-го реактивного снаряда РСЗО «Град». Численное решение уравнений движения снаряда реализовано методом Рунге – Кутты 4-го порядка. Для настройки параметров модели под штатные условия выстрела был подобран коэффициент формы для выбранного закона сопротивления и угол стрельбы, обеспечивающий максимальную дальность. Проведены исследования влияния отклонения начальных условий, параметров снаряда, продольного и бокового ветра на отклонение снаряда от заданной траектории. Определены зависимости параметров управления для коррекции траектории снаряда с учетом запаздывания. Проведены исследования возможности и эффективности коррекции траектории реактивного снаряда при различном уровне влияния возмущающих факторов.

Ключевые слова: внешняя баллистика, математическое моделирование, реактивное движение, управление движением, точность поражения.

Моделирование траектории и управления снаряда позволяет увеличить эффективность и точность поражения целей, что непосредственно влияет на оборонные возможности страны. Основными функциями управления реактивными снарядами являются такие параметры, как стабилизация (обеспечивает поддержание снаряда в стабильном положении в полете) и наведение (обеспечивает направление снаряда на цель).

В статьях [1, 2] обсуждается проблема с запаздыванием в системах управления ракетами и ее последствия для точности, эффективности и стабильности ракет. Авторы отмечают, что задержки могут быть вызваны различными факторами, такими как задержки в обработке данных, задержки в передаче данных, задержки в вычислениях и т. д. Они также обсуждают различные подходы к компенсации запаздывания и уменьшению его влияния на систему управления, такие как использование предсказания и адаптивного управления. В заключение авторы отмечают, что проблема с запаздыванием в системах управления ракетами является важной и актуальной проблемой и что необходимо продолжать исследования в этой области, чтобы разработать более эффективные и точные системы управления ракетами.

Целью работы была разработка математических моделей, вычислительных алгоритмов и программы для решения задач внешней баллистики управляемого движения реактивного снаряда.

Разработано программное обеспечение для расчета внешней баллистики реактивного снаряда с учетом коррекции траектории полета. Для реализации был выбран язык программирования Python [3]. Он имеет множество модулей и пакетов для работы с файлами, базами данных, графикой, математикой и другими областями. Кроме того, существует множество сторонних библиотек и фреймворков для Python, которые могут облегчить разработку сложных приложений. Для разработки пользовательского интерфейса была выбрана библиотека PyQt6 [4].

Расчет траектории движения снаряда включает решение системы дифференциальных уравнений [5] движения с учетом использования реактивного двигателя и аэродинамических рулей. В математической модели также учитывается неоднородность параметров атмосферы по высоте [6] и распределение скорости ветра по степенному закону [7]. В работе представлено численное решение уравнений движения снаряда методом Рунге – Кутты 4-го порядка [8].

В модели присутствуют следующие допущения:

1. Снаряд считается абсолютно стабилизированным, колебания оси снаряда относительно центра масс не рассматриваются. Поэтому будем рассматривать движение центра масс снаряда.
2. Режим работы реактивного двигателя постоянный на активном участке траектории.
3. Система стабилизирована по углу крена, снаряд не вращается вокруг своей оси.
4. Задача решается в прямоугольной системе координат, форма поверхности Земли не учитывается.

Траектория движения снаряда строится в стартовой системе координат $O_c x_c y_c z_c$, связанной с точкой расположения орудия и ориентированной по направлению стрельбы (рис. 1) [9].

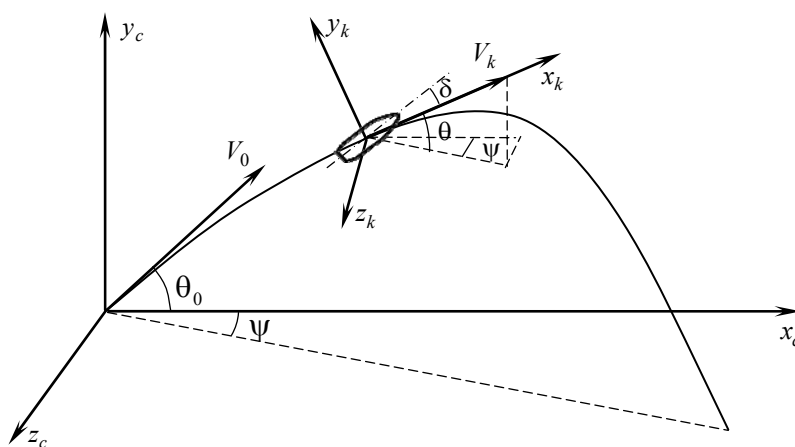


Рис. 1. Ориентация стартовой ($O_c x_c y_c z_c$) и траекторной ($O_k x_k y_k z_k$) систем координат

Система дифференциальных уравнений движения для случая реактивного снаряда включает следующие уравнения:

– уравнения движения центра масс снаряда:

$$\frac{dx_c}{dt} = V \cos \theta \cos \psi, \quad \frac{dy_c}{dt} = V \sin \theta, \quad \frac{dz_c}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi; \quad (1)$$

– уравнение скорости снаряда

$$m \frac{dV}{dt} = -mg \sin \theta + P - X_a; \quad (2)$$

– уравнение угла наклона траектории

$$mV \frac{d\theta}{dt} = -mg \cos \theta - Y_a + P \sin \alpha; \quad (3)$$

– уравнение угла направления

$$mV \cos \theta \frac{d\psi}{dt} = -Z_a + P \sin \beta; \quad (4)$$

– уравнение изменения массы снаряда

$$\frac{dm}{dt} = -q_p(t), \quad (5)$$

где X_a, Y_a, Z_a – проекции аэродинамической силы на оси траекторной системы координат; m – масса снаряда; l – длина; g – ускорение силы тяжести; P – тяга реактивного двигателя; α, β – углы атаки и скольжения снаряда; q_p – функция расхода газов через сопло реактивного двигателя.

Участок управления задается в течение определенного промежутка времени до конца полета снаряда. Вне участка управления коррекция не производится, углы α и β равны нулю.

Управляющее воздействие определяется с помощью функций $\alpha(\Delta y)$ и $\beta(\Delta z)$:

$$\alpha(\Delta y) = -k_1 \cdot \Delta y - k_2 \cdot \frac{d\Delta y}{dt}, \quad \beta(\Delta z) = -k_1 \cdot \Delta z - k_2 \cdot \frac{d\Delta z}{dt}, \quad (6)$$

где $\Delta y, \Delta z$ – отклонение координат y и z фактической траектории от идеальной, k_1 и k_2 – коэффициенты чувствительности управления, подбираются эмпирическим путем. Для функции управления (6) существует зависимость коэффициентов $k_2^2 = 4 \cdot k_1$, при которой минимизируются колебания отклонений снаряда относительно идеальной траектории.

Для устойчивости движения снаряда по траектории вводятся ограничения:

$$|\alpha(\Delta y)| \leq 20^\circ, |\beta(\Delta z)| \leq 20^\circ. \quad (7)$$

В работе рассматривается коррекция с запаздыванием t_3 и коррекция на определенном промежутке времени до поражения цели Δt_k .

Одним из распространенных методов коррекции движения реактивного снаряда за некоторое время до прилета к цели является метод инерциальной

навигации с коррекцией по данным системы глобального позиционирования (GPS, ГЛОНАСС). Для коррекции траектории снаряда используются данные о его текущем положении, полученные от системы позиционирования. В работе проведено исследование с длиной участка коррекции $\Delta t_k \in [5, 20]$ с до поражения цели.

Временная задержка в коррекции траектории реактивного снаряда может возникать по различным причинам: задержка в передаче сигнала от датчиков к системе управления, задержка в обработке сигнала и вычислении команд управления, а также задержка в реализации этих команд приводами системы управления. Эта задержка может иметь значительное влияние на точность и стабильность управления снарядом, особенно при высоких скоростях и на больших расстояниях. В работе проведено исследование с временным запаздыванием $t_z \in [0, 2]$ с.

В табл. 1 представлены характеристики снаряда.

Таблица 1. Характеристики снаряда

Характеристика	Численное значение
Калибр, мм	122
Длина снаряда со взрывателем, мм	2870
Тип головной части	осколочно-фугасная
Вес снаряженного снаряда, кг:	66
Наибольшая скорость снаряда при нормальных климатических условиях, м/с	690
Максимальная дальность стрельбы, км	20,4
Время работы двигателя, с	1,88

Коэффициент формы i_x определяется из сравнения зависимости для коэффициента лобового сопротивления данного снаряда с зависимостью для снаряда, принятого за эталон с $i_x = 1$ для определенного закона сопротивления.

Подбираем коэффициент i_x и начальный угол θ_0 такой, чтобы максимальная дальность совпадала с табличным значением 20,4 км. При значениях коэффициента формы $i_x = 0,609$ и угла наклона траектории $\theta_0 = 45,15^\circ$ получили дальность 20400,05 м.

В качестве возмущающего фактора рассматривается влияние ветра, скорость и направление ветра изменялись в диапазоне $w \in [0, 5]$ м/с и $\alpha_w \in [0, 360^\circ]$ соответственно. Идеальная траектория строится при отсутствии ветра.

Коррекция траектории снаряда при влиянии ветра осуществляется за счет изменения углов атаки и скольжения по формулам (6). При этом расчетная траектория приближается к идеальной траектории, без учета ветра.

На рис. 2 представлены результаты расчета коррекции влияния ветра при различной длине участка коррекции без учета запаздывания.

На рис. 3 представлены результаты расчета коррекции влияния ветра при различном времени запаздывания.

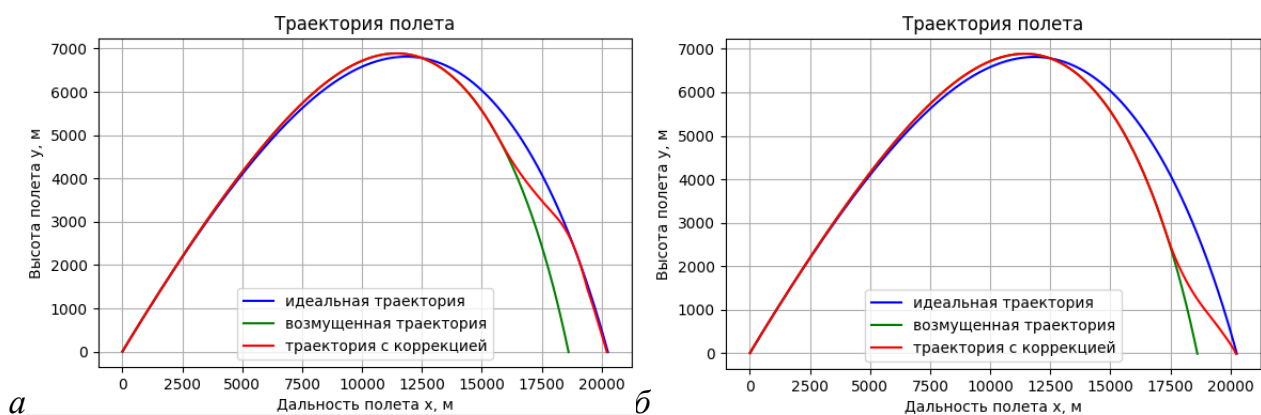


Рис. 2. Коррекция траектории полета при $\alpha_w = 0^\circ$ и $w = 5$ м/с, $t_3 = 0$ с:

$a - \Delta t_k = 20$ с; $b - \Delta t_k = 10$ с

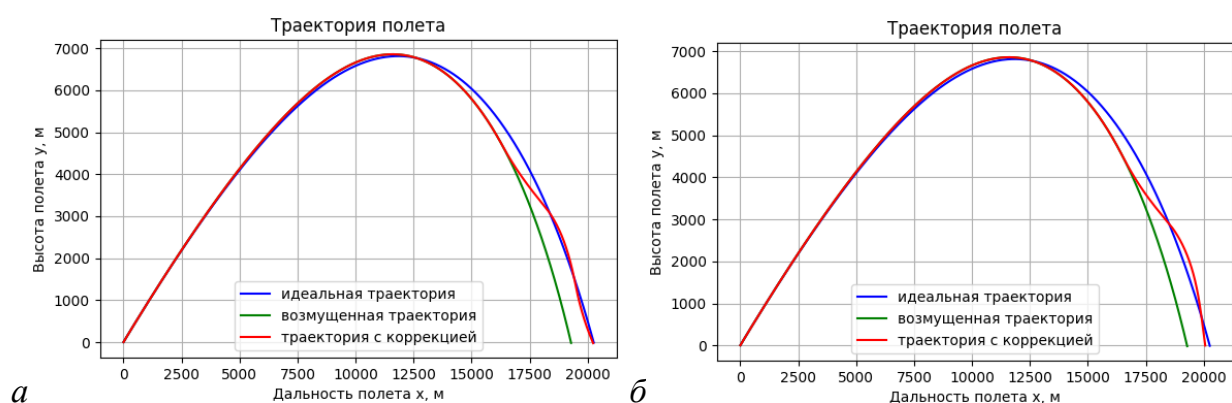


Рис. 3. Коррекция траектории полета при $\alpha_w = 0^\circ$ и $w = 3$ м/с, $\Delta t_k = 20$ с:

$a - t_3 = 1$ с; $b - t_3 = 2$ с

Результаты расчета отклонения координат снаряда от идеальной траектории в точке падения $\Delta x, \Delta z$ в процессе коррекции влияния ветра при $\Delta t_k \in \{5, 10, 20\}$ с до поражения цели, скоростях ветра $w \in \{1, 3, 5\}$ м/с направлениях ветра $\alpha_w \in \{0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$ представлены в табл. 2.

Таблица 2. Отклонения координат снаряда в точке падения в процессе коррекции влияния ветра при $\Delta t_k = 5, 10, 20$ с и $t_3 = 0$ с

№	$\Delta t_k = 20$ с		$\Delta t_k = 10$ с		$\Delta t_k = 5$ с		w , м/с	α_w , °
	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м		
1	-3,16	0	-15,66	0	-31,02	0	1	0
2	-4,88	0,57	-4,43	-8,79	-13,65	-146,76		90
3	-7,18	0,07	-1,93	-1,38	117,13	0,02		180
4	-4,88	-0,57	-4,43	8,79	-13,65	146,76		270
5	-15,74	0	39,97	0	-545,94	0	3	0
6	-9,78	-9,54	-40,98	-176,16	-31,22	-840,72		90
7	9,22	-1,02	158,34	0,16	792,48	0,22		180
8	-9,78	9,54	-40,98	176,16	-31,22	840,72		270

№	$\Delta t_k = 20$ с		$\Delta t_k = 10$ с		$\Delta t_k = 5$ с		w , м/с	α_w , °
	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м		
9	-11,31	0	-26,38	0	– 1178,73	0	5	0
10	-21,3	2,63	-129,25	-741,79	-22,82	-1605,41		90
11	4,56	0,05	791,6	1,1	1428,53	-0,21		180
12	-21,3	-2,63	-129,25	741,79	-22,82	1605,41		270

Коррекция достигает необходимой точности (отклонение координат снаряда не превышает 100 м) при следующих параметрах:

- 1) на участке коррекции $\Delta t_k = 20$ с при $w \in [0, 5]$ м/с и $\alpha_w \in [0, 360^\circ]$;
- 2) на участке коррекции $\Delta t_k = 10$ с при $w \in [0, 1]$ м/с, $\alpha_w \in [0, 360^\circ]$ и $w = 3$ м/с, $\alpha_w = 0^\circ$;
- 3) на участке коррекции $\Delta t_k = 5$ с при $w = 1$ м/с, $\alpha_w = 0^\circ$.

В более короткий промежуток времени и при более сильном ветре алгоритм не успевает скорректировать траекторию движения снаряда.

При запаздывании происходит колебательный процесс относительно базовой траектории, поэтому с момента, когда снаряд выходит на базовую траекторию, определялось среднее значение отклонений координат снаряда.

Результаты коррекции траектории с временным запаздыванием $\Delta t_3 \in \{0.5, 1, 2\}$ с за $\Delta t_k = 20$ с до поражения цели при разных параметрах ветра представлены в табл. 3.

Таблица 3. Отклонения координат снаряда в точке падения в процессе коррекции влияния ветра при $t_3 = 0.5, 1, 2$ с и $\Delta t_k = 20$ с

№	$t_3 = 0.5$ с		$t_3 = 1$ с		$t_3 = 2$ с		w , м/с	α_w , °
	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м	Δx , м	Δz , м		
1	9,15	0	35,57	0	140,33	0	1	0
2	14,71	5,23	30,67	11,26	87,44	72,77		90
3	6,45	1,23	46,41	4,12	160,98	0,28		180
4	14,71	5,23	30,67	11,26	87,44	72,77		270
5	34,81	0	84,73	0	45,16	0	3	0
6	29,25	6,3	45,58	99,67	251,27	502,2		90
7	57,38	1,36	17,95	4,95	200,57	0,1		180
8	29,25	6,3	45,58	99,67	251,27	502,2		270
9	59,43	0	98,11	0	246,37	0	5	0
10	63,58	86,22	109,91	318,11	715,12	242,35		90
11	46,21	1,41	70,83	4,3	61,94	0,2		180
12	63,58	86,22	109,91	318,11	715,12	242,35		270

Коррекция достигает необходимой точности (отклонение координат снаряда не превышает 100 м) при следующих параметрах:

1) на участке коррекции $\Delta t_k = 20$ с и времени запаздывания $t_3 = 0.5$ с при $w \in [0, 5]$ м/с и $\alpha_w \in [0, 360^\circ]$.

2) на участке коррекции $\Delta t_k = 20$ с и времени запаздывания $t_3 = 1$ с при $w \in [0, 3]$ м/с и $\alpha_w \in [0, 360^\circ]$, также при $w = 5$ м/с, $\alpha_w \in \{0, 180^\circ\}$.

3) на участке коррекции $\Delta t_k = 20$ с и времени запаздывания $t_3 = 2$ с при $w = 1$ м/с и $\alpha_w \in \{0, 90^\circ, 270^\circ\}$, также при $w = 3$ м/с, $\alpha_w = 0^\circ$.

Исследование возможности коррекции траектории в зависимости от длины участка коррекции при влиянии ветра показали (отклонение координат снаряда не превышает 100 м): при продольном ветре $\alpha_w \in \{0, 180^\circ\}$ со скоростью $w = 1$ м/с участок коррекции должен быть не менее 5 с, при $w = 3$ м/с – 11 с, при $w = 5$ м/с – 15 с; при боковом ветре $\alpha_w \in \{90^\circ, 270^\circ\}$ со скоростью $w = 1$ м/с участок коррекции должен быть не менее 6 с, при $w = 3$ м/с – 11 с, при $w = 5$ м/с – 13 с.

Исследование возможности коррекции траектории в зависимости от времени запаздывания при влиянии ветра показали (отклонение координат снаряда не превышает 100 м): при продольном ветре $\alpha_w \in \{0, 180^\circ\}$ со скоростью $w = 1$ м/с время запаздывания не более 1,6 с, при $w = 3$ м/с – 1,4 с, при $w = 5$ м/с – 1 с; при боковом ветре $\alpha_w \in \{90^\circ, 270^\circ\}$ со скоростью $w = 1$ м/с время запаздывания не более 2 с, при $w = 3$ м/с – 1,1 с, при $w = 5$ м/с – 0,6 с.

Список литературы

1. Патил, С. К. Задержка во времени в системах наведения ракет // Оборонные исследования. – 2013. – № 2. – С. 45–52.
2. Миллер, Д. Э. Управление ракетами с запаздыванием // Динамика систем, управление и информация. – 1971. – № 3. – С. 17–24.
3. Лутц, М. Программирование на Python 3. – Москва : Вильямс, 2018.
4. Summers C. Create GUI Applications with Python & Qt6. – Москва : Packt Publishing, 2021.
5. Котов, А. В. Математическое моделирование движения управляемого реактивного снаряда // Проблемы управления и информатики. – 2010. – № 3. – С. 45–52.
6. Коновалов, А. А. Внешняя баллистика / А. А. Коновалов, Ю. В. Николаев // Институт прикладной механики Уральского отделения Российской академии наук, Ижевский государственный технический университет. – Ижевск : Издательство Института прикладной механики УрО РАН, 2003. – 191 с.
7. Доброленский, Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере. – Москва : Машиностроение, 1969. – 258 с.
8. Волков, Е. А. Численные методы : учеб. пособие для вузов 2-е изд., испр. – Москва : Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 248 с.
9. Дмитриевский, А. А. Баллистика и навигация ракет. – Москва : Машиностроение, 1985. – 310 с.

Решение основной задачи внутренней баллистики выстрела для зерненного пороха в одномерной газодинамической постановке

С. Н. Моряков

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Представлена математическая модель для решения задачи внутренней баллистики выстрела для зерненного пороха в одномерной газодинамической постановке, которая описывает движение газов, твердой фазы и снаряда внутри ствола. Для решения задачи использовался конечно-разностный совместный эйлерово-лагранжев (СЭЛ) метод, который позволяет рассчитывать течения с ударными волнами или разрывами параметров в области течения. На основе газодинамической модели разработано программное обеспечение, позволяющее произвести расчеты и строить графики основных параметров газовой динамики: давление газа, плотность газа, скорость газа, температура газа, скорость твердой фазы и т. д. Также имеется возможность строить эпюру максимальных давлений, действующих на камеру и ствол. Проведены исследования сходимости с помощью принципа Рунге. Проведенное исследование позволяет детально рассмотреть влияние газов и твердой фазы на стенки ствола, на дно ствола и на снаряд. Благодаря этому, можно понять, каким характеристикам должны соответствовать ствол и снаряд для обеспечения требуемых параметров выстрела.

Ключевые слова: внутренняя баллистика, математическое моделирование, газодинамика, разностный метод, результаты расчета.

Концептуальная постановка задачи внутренней баллистики

Целью работы является разработка программного обеспечения для решения основной задачи внутренней баллистики в газодинамической постановке и автоматизации расчетов влияния внутренней среды на ствол и снаряд с использованием конечно-разностной схемы.

Были приняты следующие допущения: пороховые элементы, входящие в заряд, одинаковы; теплофизические характеристики продуктов горения пороха постоянны; движение снаряда начинается тогда, когда давление в заснарядном объеме достигнет давления форсирования p_f ; пренебрегается воздействием частиц пороха и газа на стенки ствола.

Математическая постановка задачи

Представим математическую модель, основанную на законах сохранения массы, импульса и энергии в виде [1–3]:

$$\frac{\partial \rho m S}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S v}{\partial x} = S G,$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \delta(1-m)S}{\partial t} + \frac{\partial \delta(1-m)Sw}{\partial x} = -SG, \\
& \frac{\partial \rho m S v}{\partial t} + \frac{\partial \rho m S v^2}{\partial x} = -mS \frac{\partial p}{\partial x} + SGw - S\tau_w, \\
& \frac{\partial \delta(1-m)Sw}{\partial t} + \frac{\partial \delta(1-m)Sw^2}{\partial x} = -(1-m)S \frac{\partial p}{\partial x} - SGw + S\tau_w, \\
& \frac{\partial \rho m \epsilon S}{\partial t} + \frac{\partial \rho m \epsilon S v}{\partial x} = p \frac{\partial [mSv + (1-m)Sw]}{\partial x} + SG \left[Q + \frac{(v-w)^2}{2} \right] + S\tau_w(v-w), \\
& \frac{\partial z}{\partial t} + w \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{u_k}{e_1}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} + w \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{S_0}{\Lambda_0} \sigma(\psi) u_k, \\
& m = 1 - a\Lambda_0(1-\psi), \quad p(1-\alpha\rho) = \theta\rho\epsilon,
\end{aligned} \tag{1}$$

где ρ – плотность газа; m – пористость смеси; S – площадь сечения; G – газоприход в единице объема; v – скорость движения газа; δ – плотность материала пороха; w – скорость движения твердой фазы; p – давление; τ_w – гидравлическое сопротивление; ϵ – внутренняя энергия единицы массы пороховых газов; Q – теплотворная способность пороха; z – относительная толщина сгоревшего свода; u_k – линейная скорость горения пороха; $2e_1$ – начальная толщина горящего свода; ψ – относительная доля сгоревшего пороха; S_0 – начальная поверхность порохового зерна; Λ_0 – начальный объем порохового зерна; $\sigma(\psi)$ – отношение текущей поверхности горения к первоначальной; α – коволюм; $\theta = k-1$, k – показатель адиабаты.

Начальные и граничные условия:

$$1. \quad 0 \leq x \leq L_{\text{км}}, t = 0,$$

$$\begin{aligned}
v = w = 0, \quad p_{\text{н}} = p_{\text{в}} = \frac{\omega_{\text{в}} f}{W_{\text{км}} - \frac{\omega}{\delta} - \alpha \omega_{\text{в}}}, \quad \rho_{\text{н}} = \frac{p_{\text{в}}}{\alpha p_{\text{в}} + f}, \\
\epsilon_{\text{н}} = \frac{f}{\theta}, \quad z_{\text{н}} = 0, \quad m_{\text{н}} = 1 - \frac{\Delta}{\delta}, \quad a_{\text{н}} = \frac{\omega}{\Lambda_0 \delta W_{\text{км}}},
\end{aligned}$$

где $p_{\text{в}}$ – давление воспламенителя; $\omega_{\text{в}}$ – масса воспламенителя; f – сила пороха; Δ – плотность заряжения; $L_{\text{км}}$ – длина зарядной камеры; $W_{\text{км}}$ – объем зарядной камеры.

$$2. \quad x = 0, t \geq 0$$

$$v = w = 0;$$

$$3. \quad x = x_{\text{сн}}, t \geq 0$$

$$v = w = v_{\text{сн}}, \quad q \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = S_{\text{сн}} p_{\text{сн}},$$

где q – масса снаряда.

Метод численного решения задачи

Для решения поставленной задачи был использован совместно эйлеров-лагранжев метод (СЭЛ) [2, 4]. Схема СЭЛ используется для решения дифференциальных уравнений, представленных в дивергентной форме. Схема условно устойчива, использует шахматную пространственно-временную сетку, поэтому погрешность имеет второй порядок, что позволяет достичь высокой скорости сходимости при измельчении шага сетки. Искусственная вязкость метода «размазывает» разрыва на скачках, что позволяет вывести конечно-разностные уравнения неразрывности.

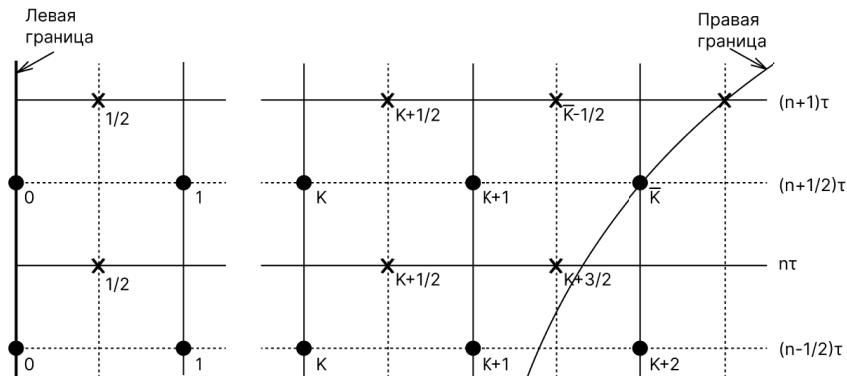


Рис. 1. К расчету параметров в приграничных точках

В поставленной задаче было принято $v = w = v_{\text{сн}}$, поэтому производные параметров газовой и твердой фазы в приграничных узлах области расчета (рис. 1) определялись по формулам

$$[\nabla \varphi u]_{\text{сн}}^{n+1/2} = \frac{(\varphi u)_{\text{сн}}^{n+1/2} - (\varphi u)_K^{n+1/2}}{x_{\text{сн}}^{n+1/2} - x_K^{n+1/2}},$$

где $(\varphi u)_{\text{сн}}^{n+1/2} = u_{\text{сн}}^{n+1/2} \varphi_{\text{сн}}^n$, а $u = (v, w)$.

Исследование сходимости численного метода

Для исследования сходимости решения системы уравнений нестационарного двухфазного гетерогенного реагирующего потока в канале ствола просчитан ряд вариантов при различных шагах по пространству и времени для различных значений ω/q . В качестве характерной величины, по которой проводилось сравнение, выбрана дульная скорость снаряда. В качестве методов, используемых для исследования сходимости численного метода, были взяты метод Рунге, метод наименьших квадратов [5, 6].

Результаты исследования сходимости разностного решения системы (1) с начальными и граничными условиями представлены на рис. 2 и 3. За «точное» решение принято значение характерной величины, когда число разбиений зарядной камеры $N = 80$. Видно, что во всем рассматриваемом диапазоне $N \left(h = \frac{L_{\text{км}}}{N} \right)$ просчитанное значение отличается от «точного» не более чем на 0,8 % по v_d .

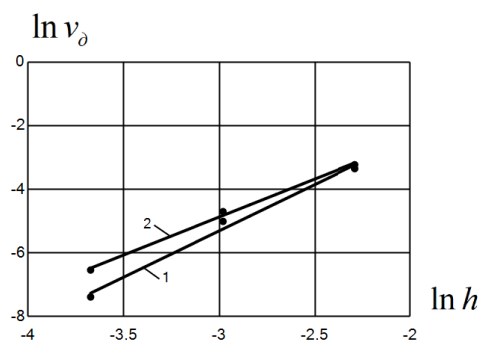


Рис. 2. Погрешность вычислений по дульной скорости: 1 – $\omega/q = 0,4$; 2 – $\omega/q = 2,0$

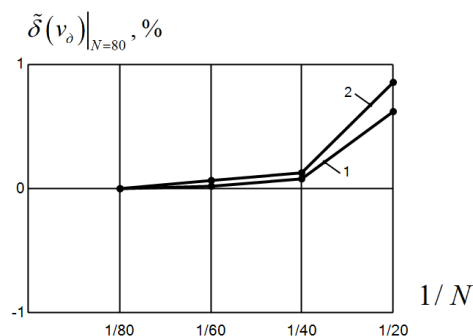


Рис. 3. Сходимость разностного решения по дульной скорости: 1 – $\omega/q = 0,4$; 2 – $\omega/q = 2,0$

Дульная скорость и практический порядок сходимости для первого варианта равны 965 м/с и 2,67 соответственно, а для второго варианта – 1799 м/с и 2,44.

Практические порядки сходимости обоих вариантов соответствуют теоретическому (второму) порядку метода СЭЛ. Следовательно, разработанный на основе метода СЭЛ алгоритм позволяет при необходимости счета ряда задач при шаге по координате, обеспечивающем требуемую точность, выбрать значение шага по времени, заведомо находящегося в области устойчивости [2], и не отвлекаться на дополнительные исследования.

Результаты исследования

Численные исследования проводились для 125мм-й пушки. Заряд состоял из зерненого 7-канального пороха ($\omega = 19$ кг). Исследовалась баллистика с двумя видами снаряда, для которых $\omega/q = 0,4$ и $\omega/q = 2,0$. Единичная скорость горения пороха подбиралась под максимальное давление в камере орудия, равное 500 МПа. Ниже представлены некоторые результаты вычислительного эксперимента для обоих вариантов.

На рис. 4 и 5 показана зависимость давлений на дно канала, дно снаряда и скорости снаряда от времени.

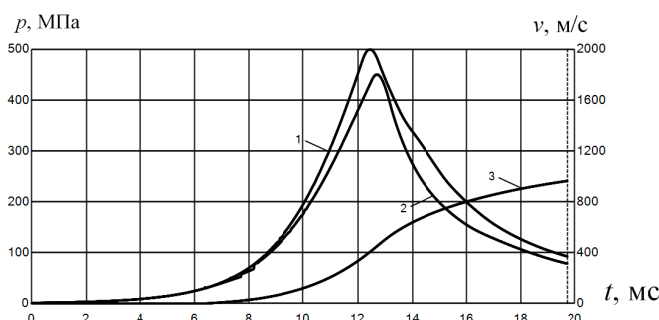


Рис. 4. Зависимость давлений на дно канала (1), дно снаряда (2) и скорости снаряда (3) от времени для $\omega/q = 0,4$

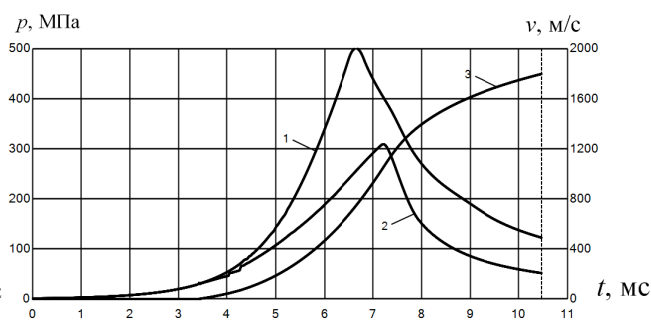


Рис. 5. Зависимость давлений на дно канала (1), дно снаряда (2) и скорости снаряда (3) от времени для $\omega/q = 2,0$

На рис. 6 и 7 представлены графики распределения плотности и температуры в моменты, близкие к моменту достижения максимального давления в орудии, а на рис. 8 и 9 – в момент вылета снаряда.

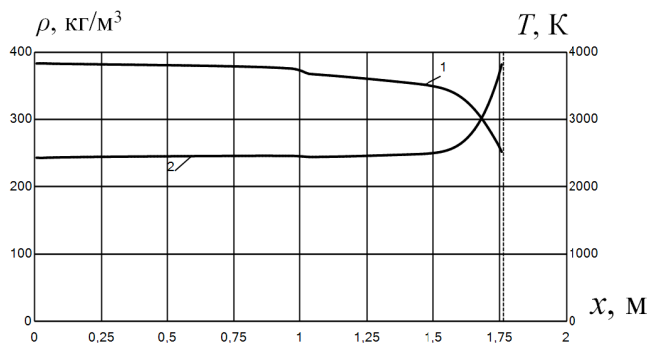


Рис. 6. Распределение плотности (1) и температуры (2) пороховых газов по длине ствола для $\omega / q = 0,4$

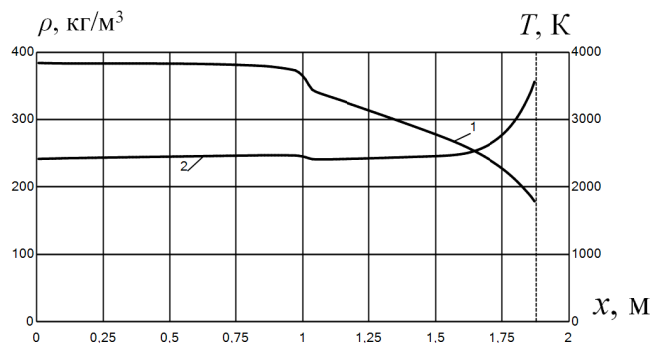


Рис. 7. Распределение плотности (1) и температуры (2) пороховых газов по длине ствола для $\omega / q = 2,0$

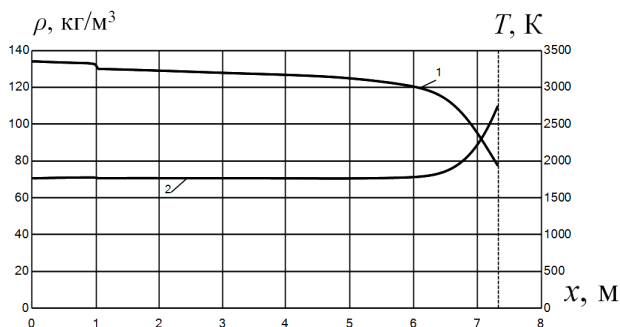


Рис. 8. Распределение плотности (1) и температуры (2) пороховых газов по длине ствола для $\omega / q = 0,4$

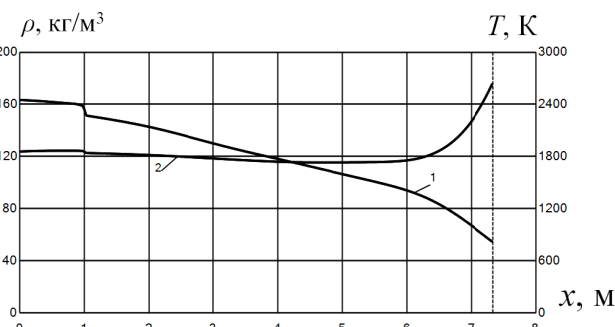


Рис. 9. Распределение плотности (1) и температуры (2) пороховых газов по длине ствола для $\omega / q = 2,0$

На рис. 10 и 11 представлены графики распределения давления, скорости газов и скорости твердой фазы в моменты, близкие к моменту достижения максимального давления в орудии.

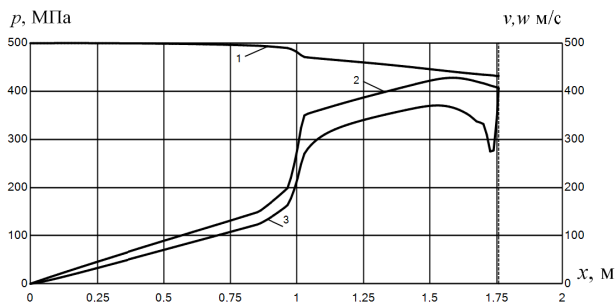


Рис. 10. Распределение давления (1), скорости газов (2) и скорости твердой фазы (3) по длине ствола для $\omega / q = 0,4$

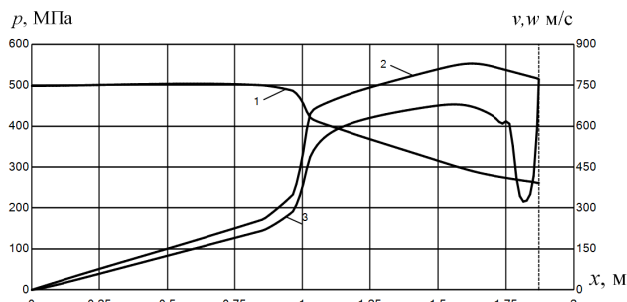


Рис. 11. Распределение давления (1), скорости газов (2) и скорости твердой фазы (3) по длине ствола для $\omega / q = 2,0$

На рис. 12 и 13 представлены графики распределения давления и скорости газов в момент вылета снаряда.

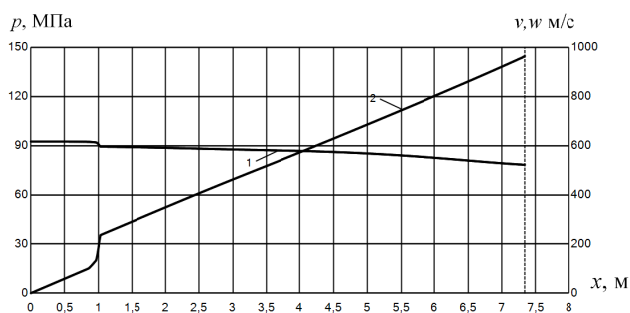


Рис. 12. Распределение давления (1) и скорости газов (2) по длине ствола для $\omega / q = 0,4$

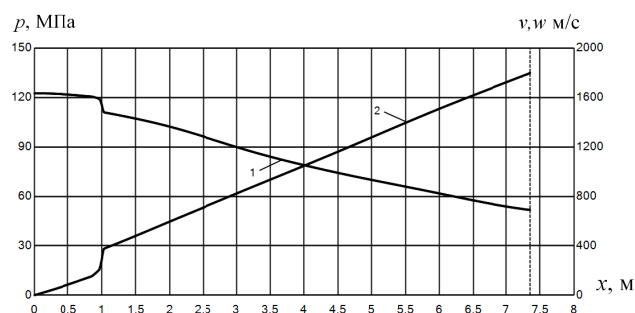


Рис. 13. Распределение давления (1) и скорости газов (2) по длине ствола для $\omega / q = 2,0$

На рис. 14 и 15 представлены графики распределения относительной счетной концентрации пороховых элементов и относительной доли сгоревшего пороха по длине ствола в моменты, близкие к моменту достижения максимального давления в оружии.

Заметим, что относительная счетная концентрация пороховых элементов у границы снаряда близка к нулю, в связи с этим на рис. 10, 11 на этом участке наблюдается падение скорости твердой фазы.

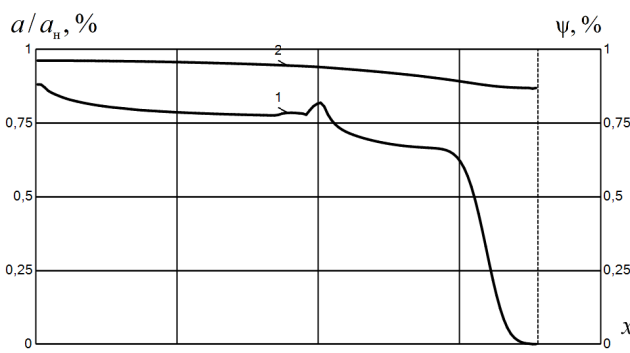


Рис. 14. Распределение относительной счетной концентрации пороховых элементов (1) и относительной доли сгоревшего пороха (2) по длине ствола для $\omega / q = 0,4$

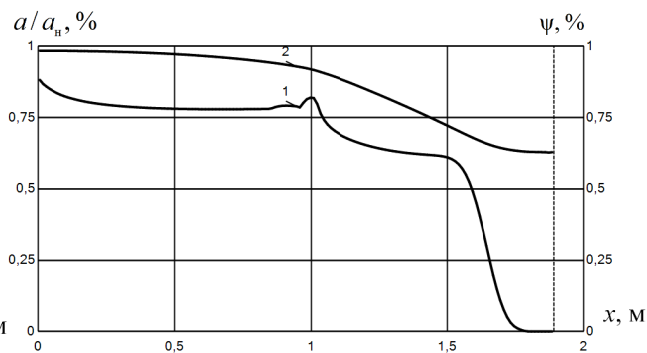


Рис. 15. Распределение относительной счетной концентрации пороховых элементов (1) и относительной доли сгоревшего пороха (2) по длине ствола для $\omega / q = 2,0$

На рис. 16 представлены графики изменений давлений на дно канала и на дно снаряда.

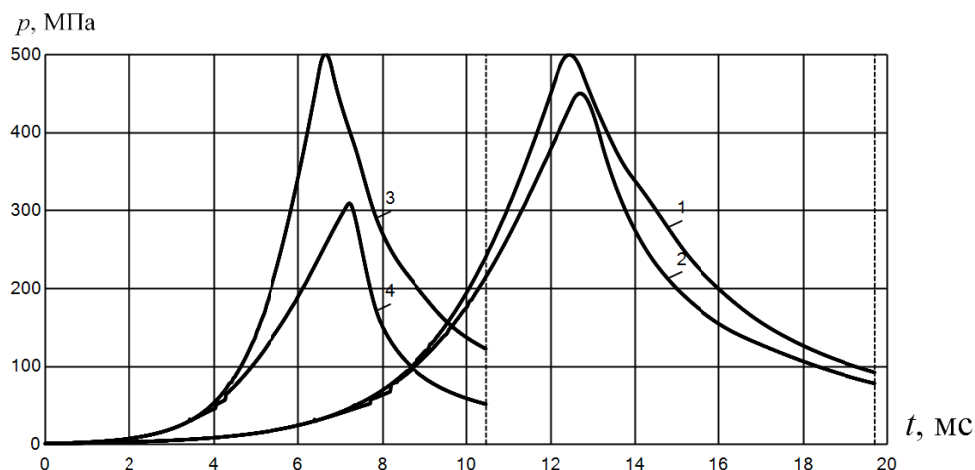


Рис. 16. Зависимость давления на дно канала (1) и на дно снаряда (2) для $\omega/q = 0,4$ и распределение давления на дно канала (3) и на дно снаряда (4) для $\omega/q = 2,0$ от времени

Для расчета прочности канала ствола используется эюра максимальных давлений, реализующихся при выстреле. Эюры максимальных давлений для рассматриваемых случаев представлены на рис. 17.

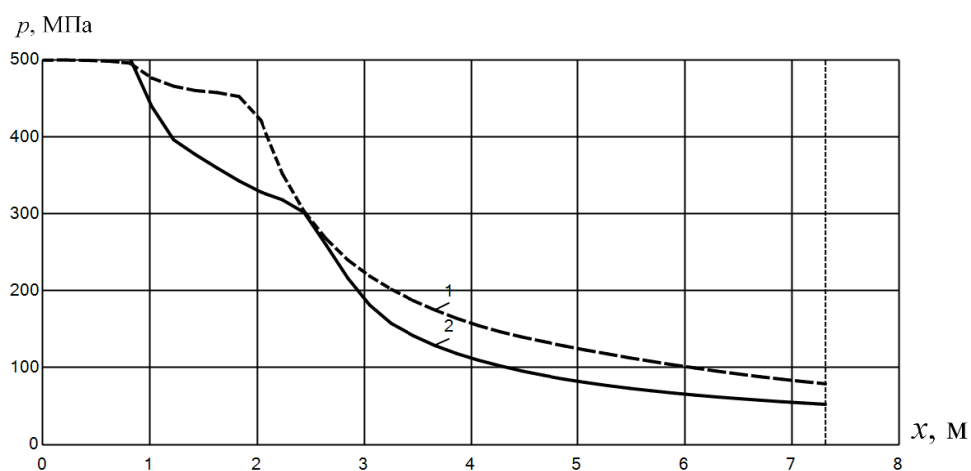


Рис. 17. Распределение давления для $\omega/q = 0,4$ (1) и распределение давления для $\omega/q = 2,0$ (2) по длине ствола

Интересно отметить, что распределение максимальных давлений для $\omega/q = 0,4$ лежит выше, чем график давления для $\omega/q = 2,0$, что говорит о том, что нагрузка, которую испытывает ствол, в первом случае выше, чем во втором.

Выводы

1. Представлена физико-математическая модель основной задачи внутренней баллистики на основе одномерных нестационарных уравнений механики гетерогенных реагирующих сред. Сформулированы начальные и граничные условия.

2. Разработан алгоритм численного решения задачи на основе конечно-разностного метода СЭЛ, который благодаря шахматным сеткам обладает вторым порядком точности по пространству и времени.

3. Проведена верификация численного метода и алгоритма по сеточной сходимости. Значение по дульной скорости отличается от «точного» не более чем на 0,8 %, а практический порядок аппроксимации равен 2,4–2,7, в зависимости от ω/q .

4. Сравнение эпюр максимальных давлений показывает, что при проектировании ствола для артиллерийских систем с различными ω/q необходимо ориентироваться на огибающую эпюр максимальных давлений, полученных при различных ω/q .

Список литературы

1. *Серебряков, М. Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – Москва : Оборонгиз, 1962. – 704 с.
2. *Русяк, И. Г.* Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах / И. Г. Русяк, А. М. Липанов, В. М. Ушаков. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2016. – 456 с.
3. *Русяк, И. Г.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков. – Екатеринбург : УрО РАН, 2001. – 259.
4. *Нох, В. Ф.* СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике. – Москва : Мир, 1967. – С. 128–189.
5. *Вержбицкий, В. М.* Основы численных методов. – Москва : Высшая школа, 2009. – С. 163–167.
6. *Калиткин, Н. Н.* Численные методы. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2011. – С. 67–70.

Исследование возможности повышения характеристик артиллерийского вооружения за счет комплексного решения задач внутренней и внешней баллистики

Д. А. Рылов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Дальность артиллерийского выстрела зависит от массы снаряда, его дульной скорости, угла стрельбы и сопротивления набегающего воздуха. В работе исследована возможность увеличения дальности стрельбы за счет увеличения дульной скорости снаряда, реализуемого путем использования в заряде комбинации зерненных порохов двух различных марок. Представлен метод поиска оптимального значения, основанный на методе планирования эксперимента.

Ключевые слова: снаряд; внутренняя баллистика, математическая модель, скорость снаряда, оптимизация.

Введение

В современном мире на полях сражений целью каждой стороны конфликта является поражение сил противник и сохранение своих. Поэтому важной задачей является повышение дальности стрельбы артиллерийских систем.

В настоящее время известно несколько способов повышения дальности стрельбы артиллерийского снаряда: активно-реактивный принцип, связанный с дополнительным ускорением снаряда на траектории полета, оптимизация внутри- и внешнебаллистических условий стрельбы и оптимизация аэродинамических характеристик снаряда [1–5].

Изменение внутрибаллистических условий осуществляют за счет изменения конструкции заряда, как правило, при условии постоянства максимального давления в канале ствола [6].

Целью настоящей статьи является исследование возможности увеличения дальности стрельбы за счет увеличения дульной скорости снаряда, реализуемого путем использования в заряде комбинации зерненных порохов двух различных марок (фракций).

Математическая модель внутренней баллистики выстрела

В качестве допущений полагается, что воспламенитель массой ω_b сгорает мгновенно и создает начальное давление p_b . При этом теплофизические параметры продуктов горения воспламенителя совпадают с параметрами продуктов горения заряда первой фракции. Массой воздуха в камере сгорания пренебрегается. Основным заряд, состоящий из зерненного пороха, воспламеняется сразу по всей поверхности в момент сгорания воспламенителя. Снаряд

начинает двигаться после достижения в камере давления форсирования p_{ϕ} ($p_{\phi} \geq p_v$). Теплообменом с горячей поверхностью заряда пренебрегается (скорость тепловой волны близка к скорости горения). Трение и теплообмен продуктов горения с поверхностью канала ствола не учитывается. Рассматривается заряд, состоящий из двух фракций зерненного пороха.

Математическая модель основной задачи внутренней баллистики в осредненных параметрах, где в рамках допущений учтены распределения давления, и скорости газопороховой смеси по заснарядному пространству для канала переменного сечения, подробно рассмотрена в работе [7].

Постановка задачи оптимизаций

Для поиска наилучших значений варьируемых параметров воспользуемся методикой, представленной в [6]. Идея данного метода заключается в планирование численных экспериментов, согласно которому целевая функция и ограничения представляют на заданных интервалах варьируемых параметров в виде полиномов второго порядка. Следующим шагом является поиск экстремума полинома, который может быть получен методами, изложенными в [8].

Введем относительные переменные варьируемых параметров

$$x_i = \frac{r_i - r_{i0}}{\Delta r_i}. \quad (1)$$

Здесь r_i – значение i -го параметра ($i = 1, n$); r_{i0} – нулевой уровень (центр плана); Δr_i – размах варьирования.

Математические модели искомых функций

$$y^m(\vec{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i x_j. \quad (2)$$

План эксперимента содержит вершины гиперкуба

$$-1 \leq x_i \leq +1, i = 1, \dots, n$$

и центры $(n - 1)$ -мерных граней. Число точек плана равно $2^n + 2n$.

Для поиска коэффициентов регрессионной зависимости воспользуемся выражением [9]

$$\vec{a} = (F'F)^{-1} F' \cdot \vec{y}^P,$$

где F – матрица планирования эксперимента; $\vec{y}^P$ – вектор столбец расчетных значений в узлах плана.

Рассмотрим алгоритм поиска оптимального значения целевой функций с учетом вида регрессионных зависимостей и ограничению по давлению.

1. Решается уравнение

$$P_0 = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_i x_j, \quad (3)$$

относительно x_n :

$$x_n^{1,2} = \frac{\left(a_n + \sum_{i=1}^{n-1} a_{in} x_i\right) \pm \sqrt{\left(a_n + \sum_{i=1}^{n-1} a_{in} x_i\right)^2 - 4a_{nn} \left(\sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i + \sum_{i,j=1}^{n-1} a_{ij} x_i x_j + a_0 - P_0\right)}}{2a_{nn}}. \quad (4)$$

2. Результат решения подставляется в зависимость

$$v_d^M = b_0 + \sum_{i=1}^{n-1} b_i x_i + b_n x_n^{1,2} + \sum_{i,j=1}^{n-1} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i,j=1}^{n-1} b_{in} x_i x_n^{1,2} + b_{nn} (x_n^{1,2})^2. \quad (5)$$

Затем, проходя область изменения аргумента $-1 \leq x_i \leq +1$, $(i = 1, \dots, n-1)$ с определенным шагом, получаем набор значений v_d^M , из которых выбираем максимальное. Стоит заметить, что рассматривать необходимо те точки, в которых дискриминант не меньше нуля.

3. Если максимум целевой функций на границе плана, строится новый план с центром в данной точке и алгоритм повторяется.

Метод численного интегрирования уравнений внутренней баллистики

Для решения дифференциальных уравнений применяется метод Рунге-Кутты 4-го порядка точности.

Рассмотрена задача Коши для уравнения

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t, u), \quad t > 0. \quad u(0) = u_0.$$

Явный метод Рунге-Кутты состоит в следующем. Вводится сеточная функция $y^n = y(t_n) \approx u(t_n)$. Последовательно вычисляются функции:

$$K_n^{(1)} = f(t_n, y^n), \quad K_n^{(2)} = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, y^n + \frac{\tau K_n^{(1)}}{2}\right),$$

$$K_n^{(3)} = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, y^n + \frac{\tau K_n^{(2)}}{2}\right), \quad K_n^{(4)} = f\left(t_n + \tau, y^n + \tau K_n^{(3)}\right)$$

и находится новое значение $y^{n+1} = y(t_{n+1})$ по формуле:

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} = \frac{1}{6} (K_n^{(1)} + 2K_n^{(2)} + 2K_n^{(3)} + K_n^{(4)}). \quad (6)$$

При этом теоретическая погрешность метода имеет 4 порядок относительно шага по времени.

$$\|y^n - u(t_n)\| = O(\tau^4).$$

Верификация численного алгоритма

Для верификаций задачи был использован принцип Рунге для определения точности решения дифференциальных и определения практического порядка точности численного метода.

В соответствии с принципом Рунге для обеспечения заданной точности ε разностного решения расчеты необходимо проводить на последовательности сеток, начиная с $\tau^{(1)} = \frac{T-t_0}{N^{(1)}}$, с последующим уменьшением шага τ в два раза до тех пор, пока относительное отличие численных решений в точке $t = T$ на двух последовательных сетках не будет удовлетворять условию:

$$\left| \frac{y_{\tau^{(l)}}^{N^{(l)}} - y_{\tau^{(l+1)}}^{N^{(l+1)}}}{y_{\tau^{(l+1)}}^{N^{(l+1)}}} \right| \leq (2^p - 1)\varepsilon, \quad (7)$$

где $y_{\tau^{(l+1)}}^{N^{(l+1)}}$, $y_{\tau^{(l)}}^{N^{(l)}}$ – полученные значения решения в точке $t = T$ на сетках с шагами $\tau^{(l+1)}$ и $\tau^{(l)}$ соответственно. При этом $\tau^{(l+1)} = 0.5\tau^{(l)}$, $N^{(l+1)} = 2N^{(l)}$, $l = \overline{1, L-1}$, где L – порядковый номер расчета, при котором первый раз выполняется условие (18); p – теоретический порядок точности метода. Значение точности было принято $\varepsilon = 10^{-5}$. Проведя поиск, был определен шаг $\tau^* = 1.22E - 06$.

Для определения практический порядок точности метода было решено уравнение погрешности вычислений в зависимости от шага $\ln \psi = \bar{p} \cdot \ln \tau + \ln C$,

где $\psi_l = \left| \frac{y_{\tau^{(l)}}^{N^{(l)}} - y_*}{y_*} \right|$ – относительная погрешность (здесь $l = \overline{1, L-1}$); y_* – значения в точке $t = T$ полученное с шагом τ^* ; $\bar{p}$ – практический порядок точности метода. На рис. 1 представлен график погрешности от шага τ .

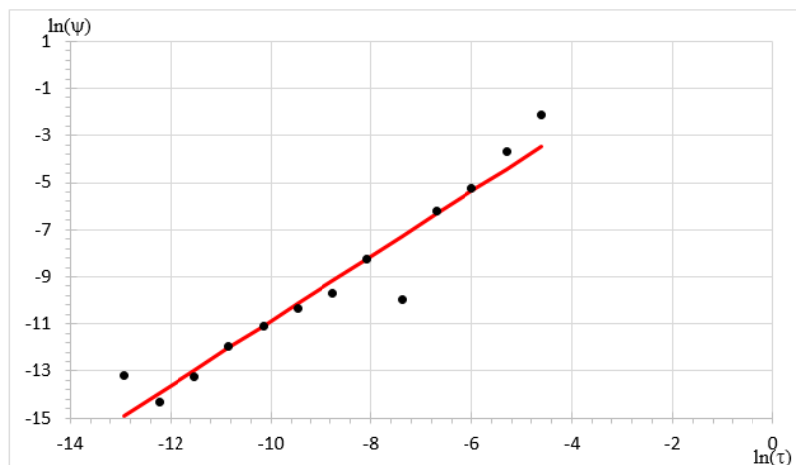


Рис. 1. График погрешности вычислений

После проведения поиска практического порядка точности численного решения получены следующие результаты: $\bar{p} = 1.4$. Практический порядок точности не соответствует теоретическому из-за порядка функций в правой части дифференциальных уравнений.

Численные результаты

Численные исследования проводились для артиллерийской системы со следующими геометрическими характеристиками: диаметр камеры $d_{\text{км}} = 0,196$ м; начало $l_{\text{ну}} = 0,85$ м и конец $l_{\text{ку}} = 1,015$ м уширения камеры; длина камеры $L_{\text{км}} = 1,015$ м; диаметр канала ствола $d_{\text{кн}} = 0,152$ м; длина ствола $L_{\text{д}} = 6,547$ м.

Переменная площадь сечения камеры и канала ствола задавалась следующим образом: $S(x) = S_{\text{км}} = 0,25\pi d_{\text{км}}^2$, если $0 \leq x \leq l_{\text{ну}}$; $S(x) = S_{\text{кн}} = 0,25\pi d_{\text{кн}}^2$, если $x \geq l_{\text{ку}}$; при $l_{\text{ну}} < x < l_{\text{ку}}$ сначала определялся переменный диаметр в уширении камеры линейной интерполяцией между диаметром камеры $d_{\text{км}}$ и диаметром канала ствола $d_{\text{кн}}$, затем в соответствующей точке x определялась площадь сечения камеры.

В качестве варьируемых параметров выберем силу пороха f_1 и толщину горящего свода e_{11} первой фракции. При этом

$$f_1 = [0,7; 1,1] \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, f_2 = 0,9 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, \\ e_{11} = [1,8; 2,6] \cdot 10^{-3} \text{ мм}, e_{12} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

Масса воспламенителя $\omega_{\text{в}} = 0,81$ кг пороха $\omega_1 + \omega_2 = 19$ кг; масса снаряда $q = 46$ кг, штатное максимальное давление $(p_{\text{ш}})_{\text{м}} = 322$ МПа. Единичная скорость горения u_1 подбиралась для обеспечения штатной дульной скорости снаряда при решении ОЗВБ.

Результаты моделирования представлены на рис. 2. При дульной скорости $v_{\text{д}} = 945,0$ м/с расчетное максимальное давление оказалось равным $(p_{\text{кн}})_{\text{м}} = 328,9$ МПа.

В табл. 1 представлен план эксперимента с варьируемыми параметрами f_1, e_{11} (параметры f_2, e_{12} фиксированы), представленными в нормированной форме.

$$f_{\text{ср}} = f_2 = \frac{f_{\text{max}} + f_{\text{min}}}{2}, e_{1\text{ср}} = e_{12} = \frac{e_{1\text{max}} + e_{1\text{min}}}{2}, \\ x_1 = \frac{f_1 - f_{\text{ср}}}{f_{\text{max}} - f_{\text{min}}} \in [-1; 1], x_2 = \frac{e_{11} - e_{1\text{ср}}}{e_{1\text{max}} - e_{1\text{min}}} \in [-1; 1].$$

Воспользовавшись алгоритмом (1)–(5), определяем максимальную дульную скорость при давлении $(p_{\text{кн}})_{\text{м}} = 328,9$ МПа, которая равна: $v_{\text{д}} = 980,6$ м/с. Соответствующие параметры заряда приведены в табл. 2.

Стоит заметить, что результаты, полученные путем поиска оптимального значения варьируемых параметров, отличались по максимальному давлению на дно канала ствола. Поэтому была подобрана скорость горения для обеспечения нужного давления на дно канала ствола.

Таблица 1. План эксперимента

№	x_1	x_2	p_p , МПа	p_m , МПа	$\tilde{\delta}(p_m)$, %	v_d^p , м/с	v_d^m , м/с	$\tilde{\delta}(v_d)$, %
0	0	0	328,9	329,38	0,12	945,00	945,00	0,001
1	1	1	420,19	420,57	0,09	1019,39	1019,38	0,000
2	-1	1	253,70	252,83	0,34	867,37	867,38	0,001
3	1	-1	412,13	413,21	0,26	1015,89	1015,88	0,001
4	-1	-1	253,69	253,52	0,07	863,79	863,78	0,000
5	1	0	419,90	418,46	0,34	1018,80	1018,82	0,001
6	-1	0	253,70	254,75	0,41	866,77	866,76	0,001
7	0	1	328,99	329,48	0,15	945,59	945,59	0,001
8	0	-1	327,03	326,14	0,27	942,02	942,04	0,001
	f_1	e_{11}	$\tilde{\delta}(p_m)_{\max}$, % = 0,41			$\tilde{\delta}(v_d)_{\max}$, % = 0,001		

Таблица 2. Результаты при штатных параметрах пороха и наилучшим вариантом

№	f_1 , Дж/кг	f_2 , Дж/кг	e_{11} , м	e_{12} , м	$u_{11} \cdot 10^{10}$, м ³ /(Н с)	$u_{12} \cdot 10^{10}$, м ³ /(Н с)	v_d , м/с
1	900000	900000	0,0022	0,0022	7,03	7,03	945,0
2	1100000	900000	0,0041	0,0022	6,34	6,34	980,6

На рис. 2 представлены эпюры распределения максимального давления по каналу ствола.

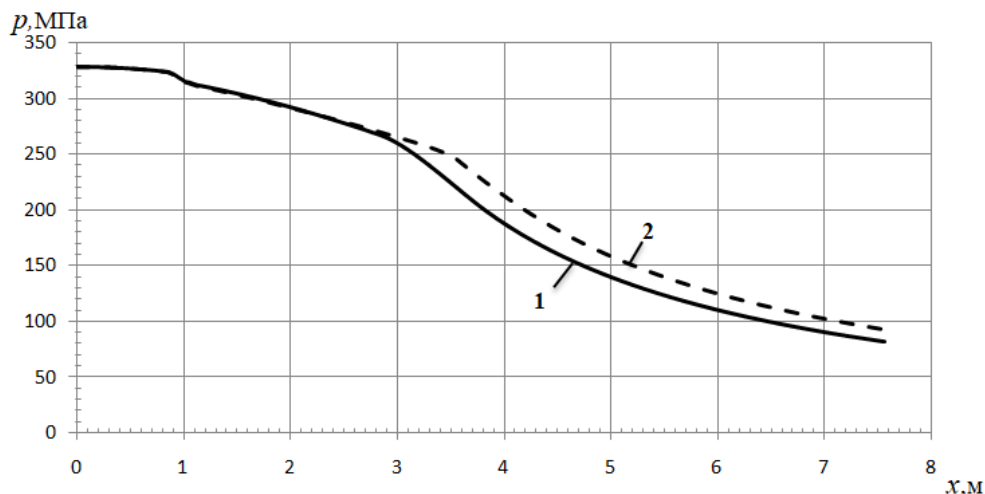


Рис. 2. Эпюры максимального давления: 1 – штатный выстрел, 2 – наилучший вариант

Так как оптимальное решение найдено на границе области поиска, необходимо произвести вторую итерацию метода с центром плана в точке, найденной на предыдущей итерации.

$$f_1 = [0,9; 1,3] \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, \quad f_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг},$$

$$e_{11} = [3,7; 4,5] \cdot 10^{-3} \text{ мм}, \quad e_{12} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

В табл. 3 представлен план эксперимента с варьируемыми параметрами f_1, e_{11} (параметры f_2, e_{12} фиксированы).

В табл. 4 представлены результаты поиска оптимального решения, где 1 – это штатный выстрел, 2 – выстрел с параметрами силы пороха и толщины горящего свода полученными в центре нового плана, 3 – выстрел при оптимальных параметрах нового плана.

Таблица 3. План эксперимента с измененными ограничениями

№	x_1	x_2	p_p , МПа	p_m , МПа	$\tilde{\delta}(p_m)$, %	v_d^p , м/с	v_d^m , м/с	$\tilde{\delta}(v_d)$, %
0	0	0	512,87	512,87	0,00	1079,64	1079,64	0,000
1	1	1	625,43	625,43	0,00	1144,65	1144,65	0,000
2	-1	1	408,05	408,05	0,00	1010,34	1010,34	0,000
3	1	-1	625,43	625,43	0,00	1144,65	1144,65	0,000
4	-1	-1	408,05	408,05	0,00	1010,34	1010,34	0,000
5	1	0	625,43	625,43	0,00	1144,65	1144,65	0,000
6	-1	0	408,05	408,05	0,00	1010,34	1010,34	0,000
7	0	1	512,87	512,87	0,00	1079,64	1079,64	0,000
8	0	-1	512,87	512,87	0,00	1079,64	1079,64	0,000
	f_1	e_{11}	$\tilde{\delta}(p_m)_{\max}$, % = 0,00			$\tilde{\delta}(v_d)_{\max}$, % = 0,000		

Таблица 4. Результаты при штатных параметрах пороха (1), в центре нового плана (2) и при оптимальном варианте (3)

№ п/п	f_1 , Дж/кг	f_2 , Дж/кг	e_{11} , м	e_{12} , м	$u_{11} \cdot 10^{10}$, м ³ /(Н с)	$u_{12} \cdot 10^{10}$, м ³ /(Н с)	v_d , м/с
1	900000	900000	0,0022	0,0022	7,03	7,03	945,0
2	1100000	1100000	0,0041	0,0041	5,84	5,84	1006,8
3	1220000	1100000	0,00374	0,0041	5,53	5,53	1021,4

На рис. 3 представлены эпюры распределения максимального давления по каналу ствола.

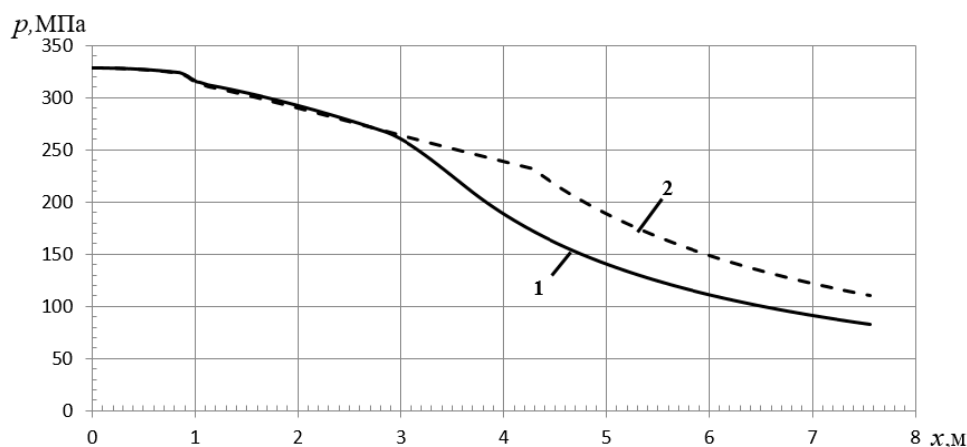


Рис. 3. Эпюры максимального давления:
1 – штатный выстрел; 2 – оптимальный вариант

На рис. 4 представлены траектории для штатного и оптимального выстрела. Увеличение дульной скорости дало прирост дальности на 2,5 км. А подобрав оптимальный угол наведения орудия, удалось повысить дальность на 3,2 км.

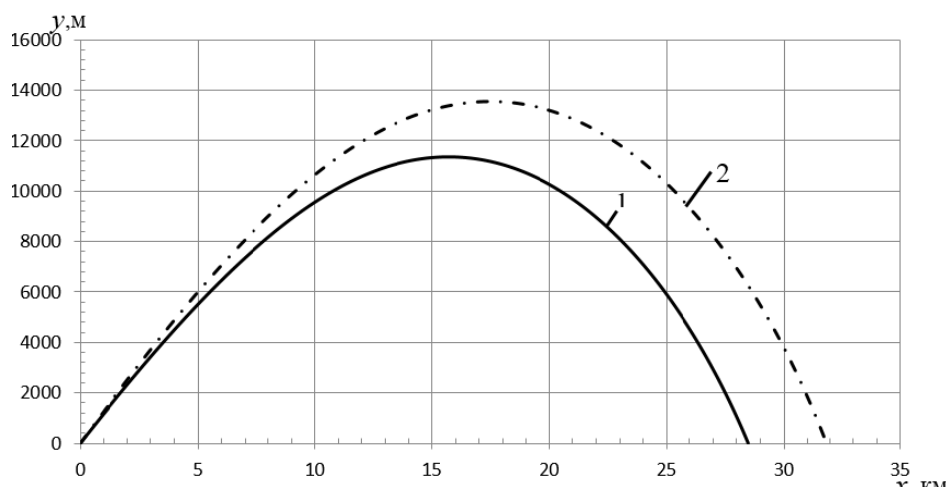


Рис. 4. Траекторий полетов снаряда:
1 – штатный выстрел; 2 – наилучший вариант

В табл. 5 представлены результаты решения задачи внешней баллистики с оптимальным углом наведения для обеспечения максимальной дальности.

Таблица 5. Результаты решения задачи внешней баллистики

№ п/п	v_d , м/с	$(\theta_0)_{\text{опт}}$, градус	$(L_{\text{сн}})_{\text{max}}$, км
1	945,0	50,2	28,5
2	1021,4	45,0	31,0
3	1021,4	52,1	31,7

Заключение

1. Представлена математическая модель основной задачи внутренней баллистики для заряда, состоящего из двух фракций зернового пороха, дополненная математической моделью задачи внешней баллистики выстрела.

2. Реализован численный метод Рунге – Кутты 4-го порядка точности математического моделирования внутри- и внешнебаллистических процессов при выстреле.

3. Проведено исследование возможности повышения дульной скорости снаряда за счет использования различных фракций зернового пороха. Получен прирост дульной скорости осколочно-фугасного снаряда на 76,4 м/с, что составляет 8 % при неизменном максимальном давлении на дно канала ствола.

4. Найденное увеличение дульной скорости приводит к увеличению максимальной дальности полета снаряда на 3,2 км, что составляет 11 % относительно штатного выстрела.

Список литературы

1. Некоторые перспективные направления развития боеприпасов и выстрелов. Часть II / В. М. Буренок, О. Т. Чижевский, К. М. Иванов, Б. Э. Кэрт, Е. А. Знаменский, В. А. Чубасов // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2021. – № 2 (117). – С. 11–24.
2. *Королев, С. А.* Исследование путей повышения дальности стрельбы ствольной артиллерии / С. А. Королев, А. М. Липанов, И. Г. Русяк // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2018. – № 3, Т. 21. – С. 185–191.
3. Перспективы улучшения баллистических характеристик современных дальнобойных снарядов / В. Е. Смирнов, И. Е. Никитина, Л. А. Розанов, И. В. Кытманов // Оборонная техника. – 2017. – № 10. – С. 56–62.
4. *Костяной, Е. М.* Повышение баллистической эффективности летательных аппаратов путем оптимизации их конструктивных параметров // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2011. – Вып. 45.
5. *Lipanov A.M., Korolev S.A., Rusyak I.G.* Optimization of aerodynamic form of projectile for solving the problem of shooting range increasing // XXV Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM 2017). AIP. Conf. Proc. 1893. 2017. P. 030085.
6. *Русяк, И. Г.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков. – Екатеринбург : УрО РАН, 2001. – 259 с.
7. Исследование возможности увеличения дальности стрельбы за счет баллистических факторов / И. Г. Русяк, С. А. Королев, Д. А. Клюкин, Р. Р. Мансуров // Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и ствольных системах (ICOS'2023). Липановские чтения : сборник трудов одиннадцатой всероссийской конференции и школы-семинара молодых ученых и студентов, Ижевск, 14–16 июня 2023 года. – Ижевск : Удмуртский федеральный исследовательский центр УрО РАН, 2024. – С. 167–178. – EDN BINEXS.
8. *Хартман, К.* Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / К. Хартман, Э. Лецкий, В. Шефер. – Москва : Мир, 1977. – 552 с.
9. *Химмельблау, Д.* Прикладное нелинейное программирование. – Москва : Мир, 1974. – 534 с.

Исследование влияния движения снарядов внутри ствола и колебаний ствола на формирование начальных условий вылета снаряда из дульного среза

В. Г. Суфиянов, Ф. С. Бондарев

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Существенное влияние на точность и кучность стрельбы оказывает колебание ствола при стрельбе очередями из автоматической пушки. В работе представлены результаты исследования возмущающего действия колебаний ствола 30-мм автоматической пушки на точность и кучность стрельбы, которые проводились на основе реализованных компьютерных моделей внутренней баллистики, колебаний ствола и внешней баллистики. Проведены параметрические исследования по оценке влияния колебаний ствола на формирование начальных условий и траекторию движения снаряда. Показано, что отклонения, вызванные колебаниями ствола при стрельбе из автоматической пушки, оказывают существенное влияние на разброс снарядов при стрельбе очередями.

Ключевые слова: внутренняя баллистика, колебания ствола, начальные условия стрельбы, внешняя баллистика, 3D-визуализация, математическое моделирование.

Точность и кучность стрельбы очередями в автоматическом режиме зависит от множества факторов. Существенное влияние на эти характеристики, наряду с возмущающими воздействиями внешней среды, оказывает колебание ствола. Высокое давление и взаимодействие снаряда с каналом ствола при выстреле вызывают продольно-поперечные колебания ствола, которые формируют начальные условия движения по внешнебаллистической траектории последующих снарядов при стрельбе очередями. Целью работы является разработка программного обеспечения, реализующего численное моделирование и 3D-визуализацию для параметрических исследований влияния колебаний ствола на начальные условия движение снаряда.

Анализ возмущающего действия на точность и кучность стрельбы проводился на основе реализованных компьютерных моделей внутренней баллистики, колебаний ствола и внешней баллистики для снаряда. Модели внутренней и внешней баллистики представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которые решались явным методом Рунге – Кутты 4-го порядка.

Объектом исследования является 30-мм автоматическая пушка с осколочно-фугасным снарядом. Проведены параметрические исследования по оценке влияния колебаний ствола на траекторию движения снаряда.

Математическая модель формирования начальных условий внешней баллистики

Основная задача внутренней баллистики в термодинамической постановке решается для определения изменения уровня давления и скорости движения снаряда внутри канала ствола [1]. В работе рассматривается 30-мм автоматическая нарезная пушка. Характеристики артиллерийской системы: объем зарядной камеры составил $W_{\text{км}} = 0,186 \text{ дм}^3$, масса снаряда принималась равной $q = 0,389 \text{ кг}$, масса пороха составила $\omega = 0,121 \text{ кг}$ (параметры пороха: сила пороха $f = 1,015 \text{ МДж/кг}$; плотность $\rho = 1550 \text{ кг/м}^3$; коволюм $\alpha = 0,00102 \text{ м}^3/\text{кг}$). Результаты расчета основной задачи внутренней баллистики представлены на рис. 1.

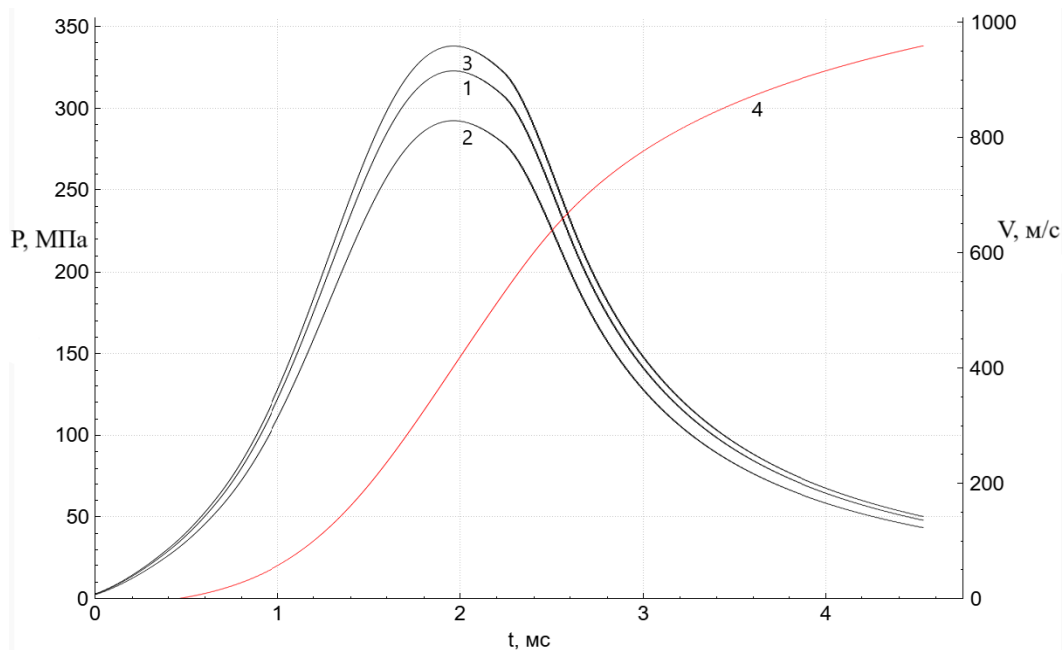


Рис. 1. Расчетные внутрибаллистические параметры выстрела для 30-мм пушки: 1 – среднее давление в стволе, 2 – давление на дно снаряда, 3 – давление на дно канала ствола, 4 – скорость снаряда

Максимальное среднее давление внутри ствола составило $p_{\text{max}} = 323,2 \text{ МПа}$, давление на дно канала ствола $p_{\text{кн}}^{\text{max}} = 338,4 \text{ МПа}$, давление на дно снаряда $p_{\text{сн}}^{\text{max}} = 292,7 \text{ МПа}$ и дульная скорость снаряда составила $V_0 = 960 \text{ м/с}$, которая служит начальным условием движения снаряда по внешнебаллистической траектории. Начальная аксиальная угловая скорость снаряда рассчитывается по формуле [1]:

$$\omega_{x0} = \frac{V_0 \operatorname{tg} \alpha}{r},$$

где α – угол наклона нарезов; r – радиус канала ствола. В рассматриваемом варианте начальная аксиальная угловая скорость составила $\omega_{x0} = 8448 \text{ рад/с}$.

Начальные условия, обусловленные продольными и поперечными колебаниями ствола автоматической пушки, определяются из решения задачи напряженно-деформированного состояния ствола в квазиодномерной постановке [2]. Поперечные колебания рассматриваются в вертикальной и горизонтальной плоскостях относительно оси симметрии ствола пушки. Декартова система координат $Oxyz$ (рис. 3) связана с недеформированным стволом орудия. Начало координат O находится в центре казенного среза ствола. Ось Ox направлена вдоль оси симметрии ствола. Ось Oy находится в вертикальной плоскости перпендикулярно оси Ox . Ось Oz образует правостороннюю систему координат.

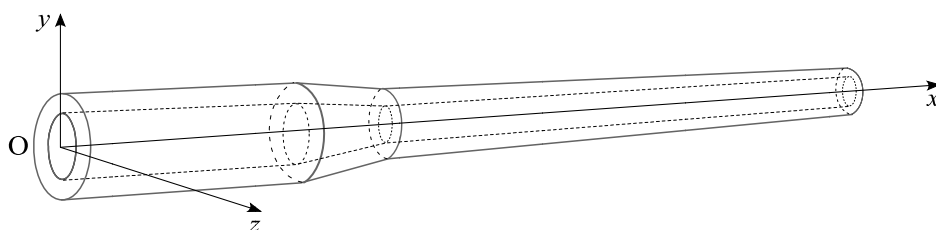


Рис. 2. Система координат, связанная со стволом

Начало координат $Oxyz$ совпадает с осью стартовой системы координат $O_c x_c y_c z_c$. Ось $O_c y_c$ направлена в сторону, противоположную направлению силы тяжести g . Совместим оси Oz и $O_c z_c$. Направим ось Ox орудия в плоскости орудия в плоскости $O_c x_c y_c$ под углом φ к оси $O_c x_c$ (рис. 3).

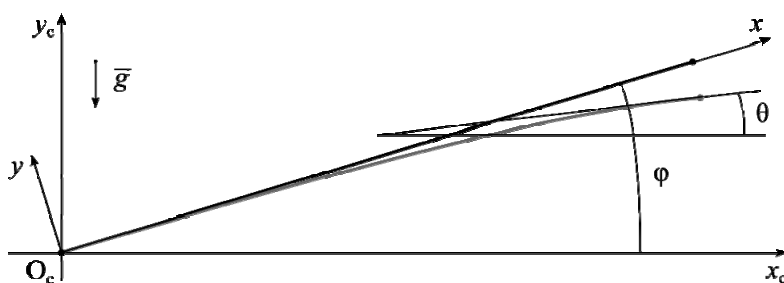


Рис. 3. Стартовая система координат

Под действием силы тяжести и других сил ствол будет испытывать изгиб. Угол бросания снаряда θ (рис. 3) вычисляется как угол, образованный осью $O_c x_c y_c z_c$ и направлением касательной линии, совпадающей с центром канала ствола, в точке дульного среза в момент вылета снаряда из ствола.

В процессе стрельбы отклонение $\gamma(t)$ угла $\theta = \theta(t)$ от угла возвышения φ определяется направлением касательной к линии канала ствола в точке дульного среза, расположенного на расстоянии L от казенного среза [3]:

$$\gamma(t) = \theta(t) - \varphi = \arctan \left(\left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right|_{x=L} \right).$$

Угол бросания в момент достижения дна снаряда дульного среза t_d определяется по формуле

$$\theta_0 = \theta(t_d) = \varphi + \gamma. \quad (1)$$

Скорость дульного среза в направлении оси Oy определяется по формуле

$$V_y = \left. \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \right|_{t=t_d},$$

где v – поперечные деформации ствола в направлении оси Oy .

Начальное значение для вертикальной составляющей экваториальной угловой скорости снаряда можно оценить соотношением

$$\omega_{20} \approx \frac{V_y}{0,5 \cdot l_{\text{сн}}}, \quad (2)$$

где $l_{\text{сн}}$ – длина снаряда.

Рассматривался идеальный снаряд (рис. 4), который под действием колебаний ствола, истекающих газов в период последействия и других факторов, имеет разброс параметров на начальном участке траектории.

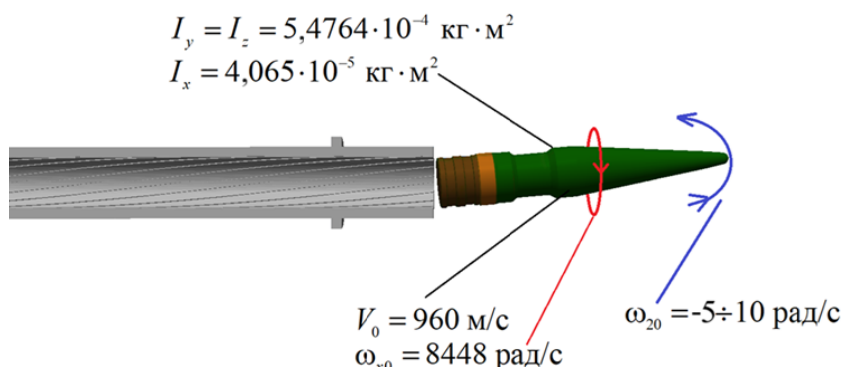


Рис. 4. Определение начальных условий выхода снаряда из дульного среза

Движение центра масс снаряда (рис. 4) по внешнебаллистической траектории определяется из решения системы дифференциальных уравнений [4] в стартовой системе координат $O_c x_c y_c z_c$ дальностью x_c и высотой полета y_c , боковым отклонением z_c , углами наклона траектории θ и направления ψ .

В траекторной системе координат $O_k x_k y_k z_k$, связанной с центром масс снаряда и ориентированной по вектору скорости V_k , определяется угол нутации δ , который раскладывается на горизонтальную δ_1 и вертикальную δ_2 составляющие, а также горизонтальная ω_1 и вертикальная ω_2 составляющие экваториальной угловой скорости снаряда.

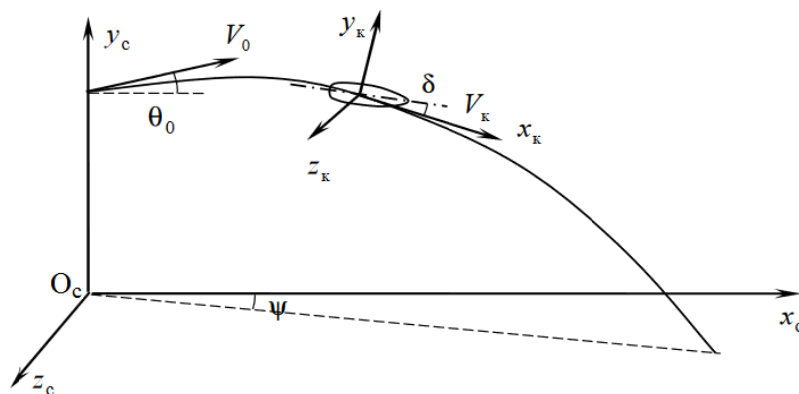


Рис. 5. Стартовая ($O_c x_c y_c z_c$) и траекторная ($O_k x_k y_k z_k$) системы координат

Коэффициенты проекций аэродинамической силы сопротивления, аксиального аэродинамического момента и коэффициенты составляющих экваториального аэродинамического момента определяются по зависимостям, представленным в [4].

Результаты параметрических исследований

Возмущающих факторов при стрельбе из автоматической пушки достаточно много. В данной работе исследовалось влияние начальные отклонения таких параметров как, угол вылета снаряда θ_0 , углов нутации δ_{10} , δ_{20} , угловой скорости ω_{20} при стрельбе на 100 м.

Проведены параметрические исследования отклонения высоты траектории полета снаряда в зависимости от угла вылета θ_0 при стрельбе на 100 метров. Угол возвышения ствола пушки был принят равным $\varphi = 0^\circ$. С учетом начального прогиба, при данном угле возвышении ствола, угол вылета снаряда θ_0 (1) составил $-0,1^\circ$. Как показали исследования [2] значение θ_0 при стрельбе очередью может изменяться в пределах от $-0,4^\circ$ до $0,1^\circ$. На рис. 6 представлены проекции траектории снаряда на плоскость $O_c x_c y_c$ для углов вылета снаряда от $-0,4^\circ$ до $0,1^\circ$ с шагом $0,1^\circ$.

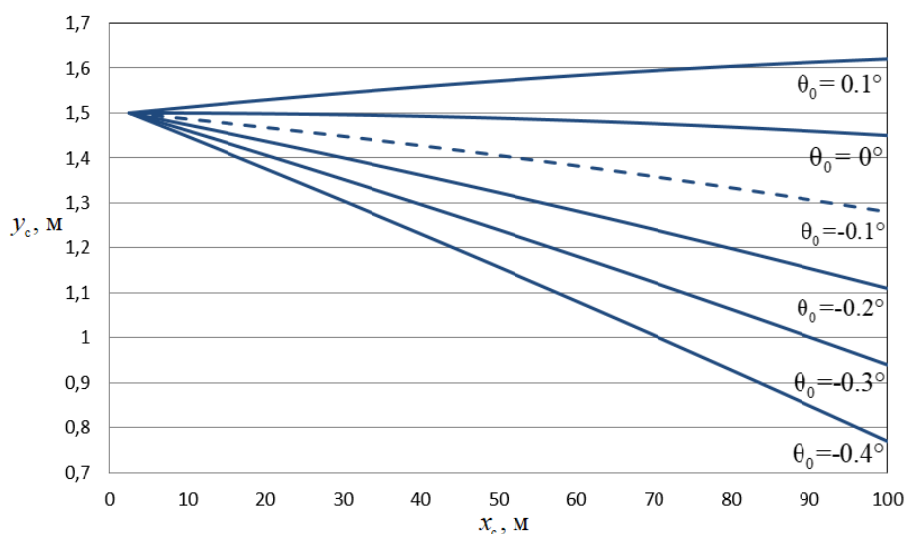


Рис. 6. Проекция траектории снарядов на плоскость $O_c x_c y_c$ при различных начальных углах вылета снаряда

Как видно из рис. 6, максимальное отклонение траекторий на расстояние 100 метров составила 0,68 м при $\theta_0=0,4^\circ$.

Влияние начальных углов нутации δ_{10} и δ_{20} на траекторию движения снаряда при стрельбе на 100 м представлены на рис. 7 и 8. Моделирование траектории движения снаряда осуществлялось при условии, что в начальный момент $\delta_{10} = \delta_{20}$. Рассматривались углы нутации $-5^\circ, 0^\circ, 2^\circ, 5^\circ, 10^\circ$ и 20° .

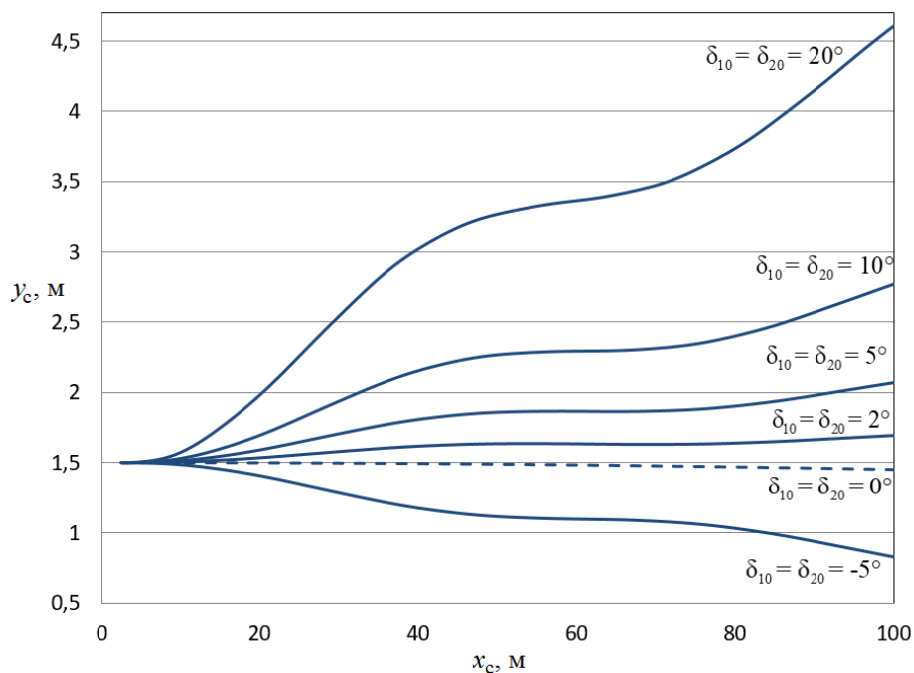


Рис. 7. Проекция траектории снарядов на плоскость Ocx_cy_c при различных углах нутации

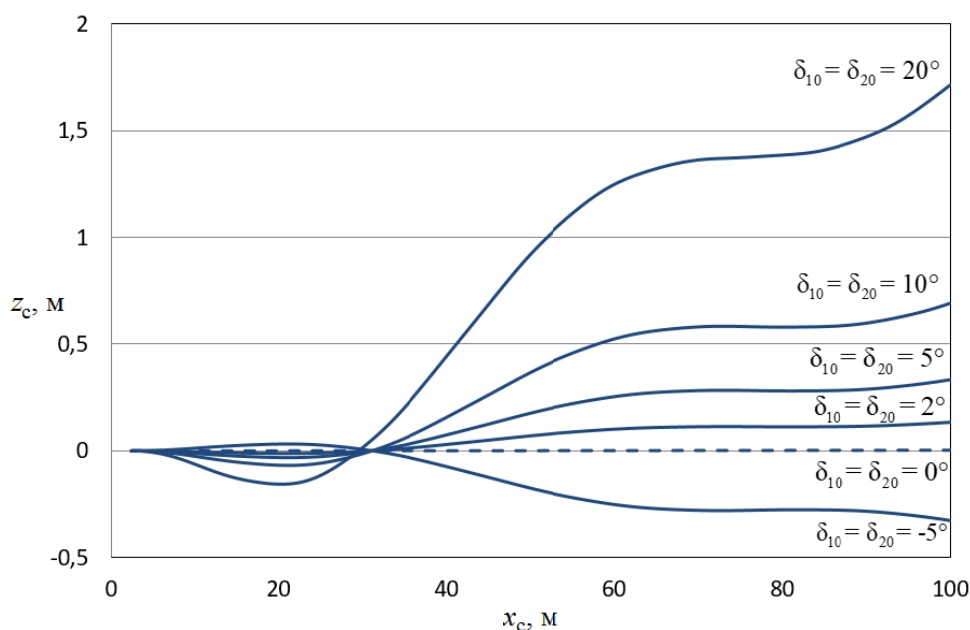


Рис. 8. Проекция траектории снарядов на плоскость Ocx_cz_c при различных углах нутации

Как видно из результатов, траектории снарядов становятся не монотонными, и наибольшее отклонение траектории достигается при максимальных рассматриваемых углах нутации $\delta_{10} = \delta_{20} = 20^\circ$. Результаты сравнения точности стрельбы при различных начальных углах нутации сведены в табл. 1.

Таблица 1. Отклонения траекторий в зависимости от начальных углов нутации

Угол нутации $\delta_{10}, \delta_{20}, ^\circ$	Конечная точка у, м	Конечная точка z, м	Отклонение по высоте, м	Боковое отклонение, м	Отклонение от центра мишени, м
-5	0,830	-0,327	-0,620	-0,327	0,701
0	1,450	0,003	0,000	0,003	0,003
2	1,693	0,134	0,243	0,134	0,277
5	2,070	0,334	0,620	0,334	0,704
10	2,771	0,692	1,321	0,692	1,491
20	4,608	1,715	3,158	1,715	3,594

Как видно из табл. 1, при рассматриваемых начальных условиях наибольшие отклонения достигают в случае $\delta_{10} = \delta_{20} = 20^\circ$ и составляет 3,594 м.

Оценка значений начальной угловой скорости ω_{20} проводилась по формуле (2). Проведено моделирование траекторий снарядов при изменении начальной угловой скорости ω_{20} от -5 до 10 рад/с. Оценки отклонений снарядов от точки попадания невозмущенного снаряда при различных начальных значениях угловой скорости представлено в табл. 2.

Таблица 2. Отклонения траекторий в зависимости от начальной угловой скорости ω_{20}

Угловая скорость $\omega_{20}, \text{рад/с}$	Конечная точка у, м	Конечная точка z, м	Отклонение по высоте, м	Боковое отклонение, м	Отклонение от центра мишени, м
-5	1,492	-0,011	0,042	-0,011	0,043
0	1,450	0,003	0,000	0,003	0,003
1	1,441	0,006	-0,009	0,006	0,011
5	1,408	0,017	-0,042	0,017	0,045
10	1,365	0,031	-0,085	0,031	0,090

Как видно из табл. 2, при рассматриваемых начальных угловых скоростях их влияние на точность стрельбы незначительное, наибольшие отклонения при $\omega_{20} = 10$ рад/с составляют всего 0,09 м.

Заключение

В ходе выполнения работы реализованы математические модели и алгоритмы решения задач внутренней и внешней баллистики. Проведены параметрические исследования по оценке влияния колебаний ствола на траекторию

движения снаряда. Показано, что отклонения, вызванные колебаниями ствола при стрельбе из автоматической пушки, оказывают существенное влияние на разброс снарядов при стрельбе очередями. Определено, что на точность стрельбы наибольшее влияние оказывают начальные углы нутации; так, при начальных условиях $\delta_{10} = \delta_{20} = 20^\circ$ отклонения составляют 3,6 м при стрельбе на 100 м.

Список литературы

1. *Серебряков, М. Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – Москва : Оборонгиз, 1962. – 705 с.
2. *Суфиянов, В. Г.* Математическое моделирование упругих продольнопоперечных колебаний ствола автоматической пушки / В. Г. Суфиянов, И. Г. Русяк, Д. А. Клюкин // Проектирование систем вооружения боеприпасов и измерительных комплексов: Труды 17-й Всероссийской научно-технической конференции (01–02 октября 2020 г., г. Нижний Тагил). – Нижний Тагил: НТИ (филиал) УрФУ, 2021. – С. 272–287.
3. *Липанов, А. М.* Исследование влияния колебаний ствола на угол вылета снаряда при выстреле / А. М. Липанов, И. Г. Русяк, В. Г. Суфиянов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2020. – № 68. – С. 80–94.
4. Численное моделирование артиллерийского выстрела с применением визуальных технологий для проектирования и отработки артиллерийских систем: монография / А. М. Липанов, И. Г. Русяк, В. А. Тененев, В. Г. Суфиянов, С. А. Королев, М. Н. Белобородов. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2023. – 416 с.

Разработка программного обеспечения для решения основной задачи внутренней баллистики в термодинамической постановке

Е. А. Федорычев

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В работе рассмотрена классическая основная задача внутренней баллистики (ОЗВБ) и задача внутренней баллистики с присоединенным к снаряду зарядом. Построена математическая модель выстрела с присоединенным зарядом в термодинамическом приближении. Программное обеспечение для решения задачи разработано на основе метода Рунге – Кутты 4-го порядка. Исследована сходимость численного метода. Решена задача оптимизации дульной скорости снаряда при ограничении на максимальное давление с помощью генетического алгоритма. Проведено сравнение параметров выстрела для обычной схемы заряжания и схемы с присоединенным зарядом.

Ключевые слова: внутренняя баллистика, термодинамика, математическое моделирование, метод Рунге – Кутты, генетический алгоритм.

Введение

Выстрел из орудия – сложный термодинамический и газодинамический процесс быстрого превращения химической энергии пороха сначала в тепловую, а затем в кинетическую энергию пороховых газов, приводящих в движение снаряд [1].

В настоящей работе проводится исследование возможности увеличения дульной скорости снаряда за счет заряда, присоединенного к снаряду, во время его движения по каналу ствола. Задача решается в термодинамической постановке. Для описания баллистики выстрела с присоединенным зарядом используются уравнения энергии Резаля, уравнение горения пороха, уравнение движения снаряда Мещерского, дополненные уравнения состояния продуктов горения [2].

Для решения системы дифференциальных уравнений, описывающих движение снаряда с присоединенным зарядом, используется метод Рунге – Кутты 4-го порядка аппроксимации.

Задача решается для 125-мм пушки, рассматривается основной заряд, состоящий из зерненного 7-канального пороха и моноблочный присоединенный заряд торцевого горения (рис. 1). Результаты решения сравнивались с обычной схемой заряжания при одинаковом максимальном давлении на дно канала.

В качестве допущений полагаем, что воспламенитель сгорает мгновенно и формирует начальное давление p_v . Снаряд начинает движение после достижения давления форсирования $p_f > p_v$. Газопороховая смесь равномерно распреде-

лена по заснарядному пространству. Теплопередачей между стенками ствола и продуктами горения, а также трением снаряда о ствол пренебрегаем. Силу тяжести не учитываем. Орудие считается безоткатным. Горение пороха происходит при среднеобъемном давлении.

При решении задачи оптимизации, в качестве варьируемых параметров были выбраны: единичная скорость горения зернового 7-канального пороха и параметры степенной функции скорости горения моноблочного пороха.

Задача оптимизации решалась с помощью генетического алгоритма. В качестве целевой функции выбиралась дульная скорость снаряда при условии, что максимальное давление на дно канала не превышает заданное. Исследовано влияние различных параметров на дульную скорость снаряда с присоединенным зарядом.

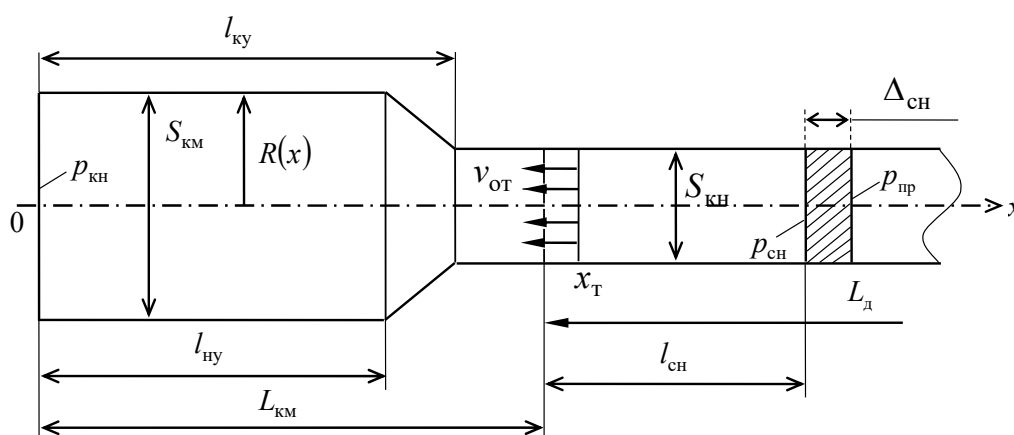


Рис. 1. К постановке задачи

1. Система уравнений ОЗВБ. Начальные условия

Решалась следующая система уравнений внутренней баллистики [2, 3]:

1) Уравнение горения основного заряда:

– до фазы распада пороховых элементов: $z_1 \leq 1$ и $\psi_1 \leq \psi_{p1} = \kappa_1(1 + \lambda_1 + \mu_1)$

$$\frac{dz_1}{dt} = \frac{u_{k1}}{e_{11}}, \quad \psi_1(z_1) = \kappa_1 z_1 (1 + \lambda_1 z_1 + \mu_1 z_1^2); \quad (1)$$

– после распада пороховых элементов: $z_1 > 1$ и $\psi_1 > \psi_{p1} = \kappa_1(1 + \lambda_1 + \mu_1)$

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \frac{S_{01}}{\Lambda_{01}} \sigma_1(\psi_1) u_{k1}, \quad \sigma_1(\psi_1) = \sigma_1(\psi_{p1}) \sqrt{\frac{1 - \psi_1}{1 - \psi_{p1}}}, \quad \psi_{p1} \leq \psi_1 \leq 1, \quad (2)$$

$$\sigma(\psi_{p1}) = 1 + 2\lambda_1 + 3\mu_1.$$

2) Уравнение горения присоединенного заряда

$$\frac{d\psi_2}{dt} = \frac{S_{кн} \delta_2 u_{k2}}{\omega_2}, \quad (3)$$

3) Уравнение движения левой границы присоединенного заряда

$$\frac{dx_T}{dt} = v_{\text{сн}} + u_{k2}. \quad (4)$$

4) Уравнение движения снаряда и присоединенного заряда Мещерского

$$v_{\text{сн}} = 0, \text{ если } p_{\text{сн}} \leq p_{\phi};$$

$$[q + (1 - \psi_2)\omega_2] \frac{dv_{\text{сн}}}{dt} = S_{\text{кн}} p_{\text{сн}} + v_{\text{от}} \omega_2 \frac{d\psi_2}{dt}, \text{ если } p_{\text{сн}} > p_{\phi}; \quad (5)$$

$$\frac{dl_{\text{сн}}}{dt} = v_{\text{сн}}. \quad (6)$$

5) Уравнение для скорости оттока продуктов сгорания относительно присоединенного заряда

$$v_{\text{от}} = \frac{(\delta_2 - \rho)u_{k2}}{\rho}. \quad (7)$$

6) Плотность смеси продуктов горения

$$\rho = \frac{\omega_B + \omega_1 \psi_1 + \omega_2 \psi_2}{W_{\text{св}}}, \quad W_{\text{св}} = W_{\text{км}} + S_{\text{кн}} l_{\text{сн}} - \frac{\omega_1}{\delta_1} (1 - \psi_1) - \frac{\omega_2}{\delta_2} (1 - \psi_2).$$

7) Плотность газопороховой смеси

$$\tilde{\rho} = \frac{(\omega_B + \omega_1 + \omega_2 \psi_2)}{W_{\text{км}} + S_{\text{кн}} l_{\text{сн}} - \frac{\omega_2 (1 - \psi_2)}{\delta_2}} = \frac{(\omega_B + \omega_1 + \omega_2 \psi_2)}{x_T S_{\text{кн}}} = \frac{(\omega_B + \omega_1 + \omega_2 \psi_2)}{W_T}.$$

8) Уравнение энергии Резаля

$$p[W_{\text{св}} - \alpha_1(\omega_B + \omega_1 \psi_1) - \alpha_2 \omega_2 \psi_2] = (\omega_B + \omega_1 \psi_1) \frac{\theta}{\theta_1} f_1 + \omega_2 \psi_2 \frac{\theta}{\theta_2} f_2 -$$

$$- \theta \left[\frac{1}{3} (\omega_B + \omega_1 + \psi_2 \omega_2) \frac{\left(v_{\text{сн}} - \frac{\delta_2 - \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} u_{k2} \right)^2}{2} + [q + (1 - \psi_2)\omega_2] \frac{v_{\text{сн}}^2}{2} \right]. \quad (7a)$$

9) Дополнительные соотношения:

$$p(x, t) = p_{\text{кн}}(t) - \tilde{\rho} \left(\frac{x}{x_T} \right)^2 \frac{\left(v_{\text{сн}} - \frac{\delta_2 - \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} u_{k2} \right)^2}{2}, \quad (8)$$

$$p_{\text{кн}}(t) = p(t) + \tilde{\rho} \frac{\left(v_{\text{сн}} - \frac{\delta_2 - \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} u_{k2} \right)^2}{6}, \quad (9)$$

$$p_{\text{сн}}(t) = p_{\text{кн}}(t) - \tilde{\rho} \frac{\left(v_{\text{сн}} - \frac{\delta_2 - \tilde{\rho}}{\tilde{\rho}} u_{k2} \right)^2}{2}, \quad (10)$$

В приведенных выше уравнениях t – время; $d_{\text{км}}$ – диаметр каморы; $d_{\text{д}}$ – диаметр дула; $d_{\text{кн}}$ – диаметр канала; $L_{\text{км}}$ – длина каморы; $L_{\text{д}}$ – длина дула; q – масса снаряда; ω_i – масса пороха i -й марки; $\omega_{\text{в}}$ – масса воспламенителя; z_1 – доля сгоревшего пороха до распада; ψ_i – доля i -го сгоревшего пороха; $\Psi_{\text{р1}}$ – доля сгоревшего пороха в момент распада; $\kappa_1, \lambda_1, \mu_1$ – параметры горения заряда пороха; e_{11} – первоначальная толщина горящего свода порохового зерна; $v_{\text{сн}}$ – скорость снаряда; $x_{\text{т}}$ – координата левого торца заряда скрепленного со снарядом; $l_{\text{сн}}$ – путь пройденный снарядом; D_0 – внешний диаметр пороха; d_0 – внутренний диаметр каналов пороха; δ_i – плотность пороха i -й марки; f_i – сила пороха i -й марки; α_i – коэф. порохом пороха i -й марки; θ_i – показатель адиабаты пороха i -й марки; θ – показатель адиабаты пороха; u_{1ki} – единичная скорость горения пороха i -й марки; v_i – показатель степени закона скорости горения i -й марки пороха; S_{01} – поверхность порохового зерна 1-й марки; Λ_{01} – объем порохового зерна 1-й марки; $W_{\text{км}}$ – объем каморы; $p_{\text{кн}}$ – давление на дно канала ствола; $p_{\text{сн}}$ – давление на снаряд.

10) Начальные условия:

при $t = 0$, $0 \leq x \leq L_{\text{км}}$

$$p = p_{\text{в}} = \frac{\omega_{\text{в}} f_1}{W_{\text{км}} - \frac{\omega_1}{\delta_1} - \frac{\omega_2}{\delta_2} - \alpha_1 \omega_{\text{в}}}, \quad T = T_{\text{в1}}, \quad v_{\text{сн}} = 0, \quad l_{\text{сн}} = 0, \quad (11)$$

$$x_{\text{т}} = L_{\text{км}} - \frac{\omega_2}{S_{\text{кн}} \delta_2}, \quad \psi_1 = \psi_2 = 0.$$

2. Алгоритм решения задачи. Результаты расчета

Задача решалась при следующих исходных данных:

$$\omega_1 = 7,0 \text{ кг}, \quad \omega_2 = 5,0 \text{ кг}, \quad \omega_{\text{в}} = 0,1 \text{ кг}, \quad q = 5,0 \text{ кг}, \quad \delta_1 = 1600 \text{ кг/м}^3, \quad \delta_2 = 1200 \text{ кг/м}^3;$$

$$f_1 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, \quad f_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, \quad \alpha_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг}, \quad \alpha_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$\theta_1 = 0,25, \quad \theta_2 = 0,25, \quad c_{\text{в1}} = 1360 \text{ Дж/кг/К}, \quad c_{\text{в2}} = 1360 \text{ Дж/кг/К},$$

$$L_{\text{км}} = 1 \text{ м}, \quad d_{\text{км}} = 0,125 \text{ м}, \quad d_{\text{кн}} = 0,125 \text{ м}, \quad L_{\text{д}} = 6 \text{ м}.$$

$$d_0 = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad e_1 = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad D_0 = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad L_0 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$u_{k1} = u_{1k1} p^{\text{в1}}, \quad u_{k2} = u_{1k2} p^{\text{в2}}.$$

Максимальное давление принималось равным $p_{\text{max}} = 500 \text{ МПа}$, диапазон варьируемых значений $u_{1k2} \in (8,40 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}, 1,16 \cdot 10^{-7} \text{ м/с})$, $v_2 \in (0,8, 1,1)$.

Математическая модель была построена с помощью программного обеспечения Visual Studio на языке программирования C#[4, 5].

Исследование порядка аппроксимации численного метода Рунге – Кутты проводилось по правилу Рунге [6, 7]. Сходимость решения математической модели определялась измельчением шага по времени. Исследовались решения для обычного случая заряжания и для заряда, скрепленного со снарядом. В обоих случаях задавалась относительная точность вычислений $\varepsilon = 10^{-5}$. Сравнение проводилось по дульной скорости снаряда. В качестве «точных» решений выбирались решения, соответствующее минимальному шагу интегрирования систем уравнений. Начальный шаг интегрирования системы уравнений оценивался по формуле $\tau = 0,01 \frac{L_d}{0,5v_{пр}}$ с [3].

Результаты исследования приведены на рис. 2, 3. Исследования показали, что практический порядок аппроксимации метода Рунге – Кутты 4-го порядка для обычной схемы заряжания оказался равным $\bar{p} = 1,14$. Для схемы с присоединенным зарядом – $\bar{p} = 1,13$. Отличие практического порядка сходимости от теоретического порядка метода Рунге – Кутты $p = 4$ можно объяснить наличием функций с разрывными производными в правых частях дифференциальных уравнений.

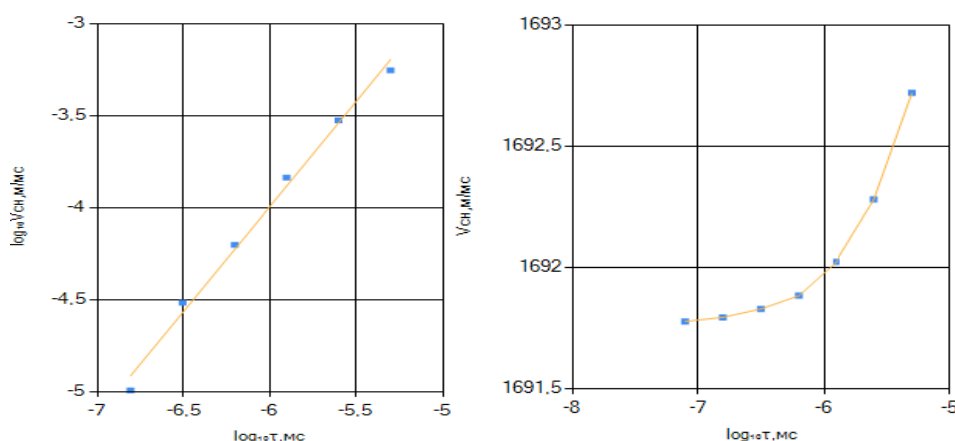


Рис. 2. График сходимости метода Рунге – Кутты для обычной схемы заряжания

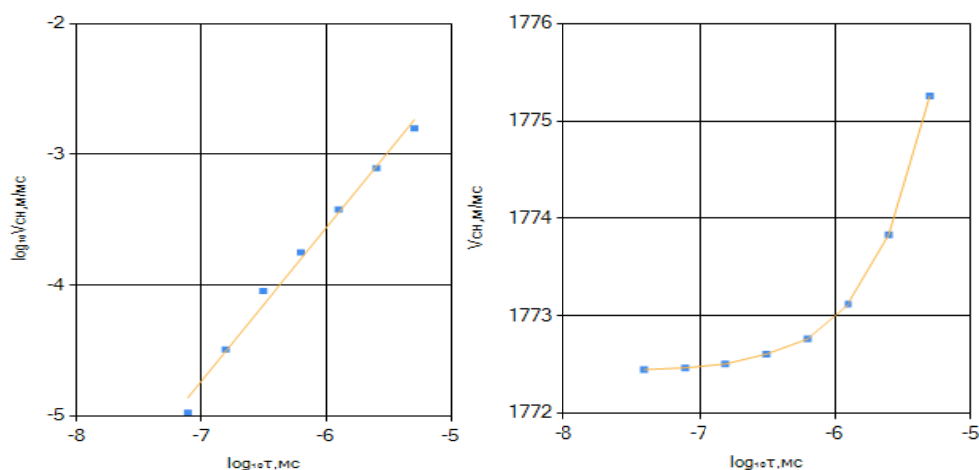


Рис. 3. График сходимости метода Рунге – Кутты для скрепленного заряда

Проводились исследования баллистических возможностей схемы с присоединенным зарядом при $\omega_2 = 5,0$ кг, по сравнению с обычным случаем заряжания. В качестве метода оптимизации использовался генетический алгоритм с операторами турнирного отбора, скрещивания и мутации [8, 9]. Результаты оптимизации приведены в табл. 1.

Таблица 1. Сравнение максимальных давлений и скоростей снаряда

№	Массы* порохов, кг	$(P_{\text{кн}})_{\text{max}}$, МПа	$(P)_{\text{max}}$, МПа	$(P^*)_{\text{max}}$, МПа	$V_{\text{д}}$, м/с	$\tilde{\delta}(V_{\text{д}})$, %
1	$\omega_1 = 12, \omega_2 = 0$	500	406,8	275,9	1691,0	—
2	$\omega_1 = 7, \omega_2 = 5$	500	469,1	418,4	1756,9	3,9

* 1 – обычная схема заряжания, 2 – схема заряжания с присоединенным к снаряду зарядом.

На рис. 4 представлены результаты сравнения решений для обоих случаев заряжания.

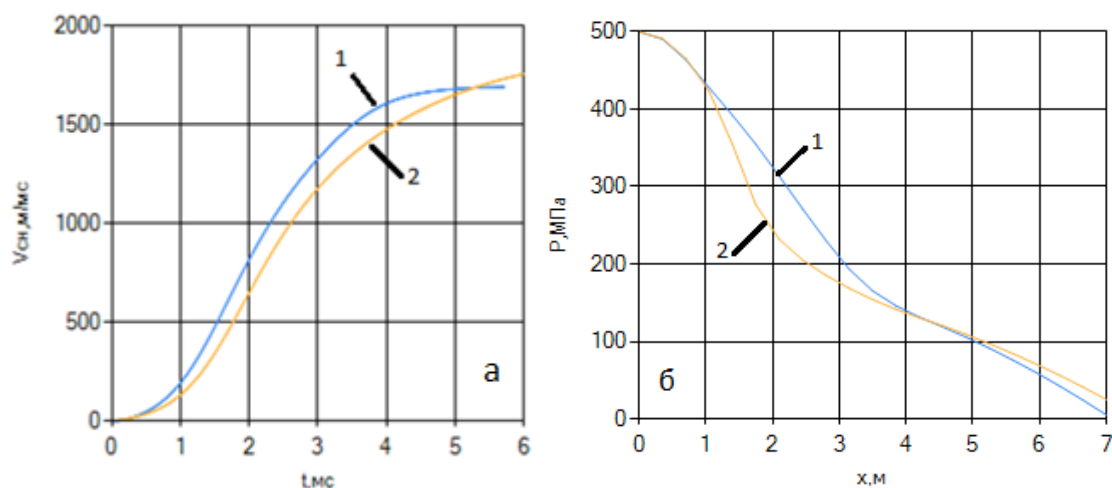


Рис. 4. График скоростей снаряда (а) в зависимости от времени и графики эпюр максимальных давлений (б)

Выводы

1. Построена математическая модель основной задачи внутренней баллистики с присоединенным зарядом.

2. Разработан алгоритм решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе метода Рунге – Кутты 4-го порядка аппроксимации. Исследована сходимость разработанного алгоритма с помощью правила Рунге. Показана сходимость метода. Практический порядок аппроксимации оказался равным 1,14.

3. Проведена оптимизация схемы заряжания с присоединенным зарядом с помощью генетического алгоритма. Показано, что дульная скорость снаряда для случая заряжания с присоединенным к снаряду зарядом на 3,9 % выше, чем дульная скорость снаряда для случая обычной схемы заряжания.

Список литературы

1. *Серебряков, М. Е.* Внутренняя баллистика. – Москва : Оборонгиз, 1949. – 670 с.
2. *Русяк, И. Г.* Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах : монография / И. Г. Русяк, А. М. Липанов, В. М. Ушаков. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2016. – 456 с.
3. *Русяк, И. Г.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах: монография / И. Г. Русяк, В. М. Ушаков. – Екатеринбург : УрО РАН, 2001. – 259 с.
4. URL: <https://learn.microsoft.com/ru-ru/dotnet/csharp>.
5. *Рихтер, Дж.* CLR via C#. Программирование на платформе Microsoft .NET Framework 4.0 на языке C#. 3-е изд. – Санкт-Петербург : Питер, 2012. – 928 с. : ил.
6. *Вержбицкий, В. М.* Основы численных методов. – Москва : Высшая школа, 2002. – 848 с.
7. *Бахвалов, Н. С.* Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Бинوم. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
8. *Тенев, В. А.* Генетические алгоритмы в моделировании систем / В. А. Тенев, Б. А. Якимович. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2010. – 308 с.
9. *Саймон, Д.* Алгоритмы эволюционной оптимизации. – Москва : ДМК Пресс, 2020. – 940 с.

Разработка интеллектуальной системы прицеливания с элементами дополненной реальности

А. Ю. Юминов, Д. Г. Нефедов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Работа посвящена описанию интеллектуальной системы прицеливания при стрельбе в пределах прямой видимости. Данная интеллектуальная система состоит из двух автономных программных блоков. Первый блок представлен настольным приложением, реализующим алгоритм решения прямой задачи внешней баллистики для формирования базы данных вычислительных экспериментов, на основании которых строится нейронная сеть для решения обратной задачи внешней баллистики. Второй блок представляет собой мобильное приложение с элементами дополненной реальности. В нем реализуется алгоритм расчета углов наведения на цель с использованием нейронной модели, обученной в первом блоке. Полученные углы наведения переводятся в координаты прицеливания на экране мобильного устройства.

Ключевые слова: внешняя баллистика, нейронные сети, дополненная реальность, интеллектуальная система наведения.

Для решения прямой задачи внешней баллистики строится система дифференциальных уравнений, описывающих изменение координат снаряда и траекторных параметров под действием внешних сил [1].

Представим результаты решения прямой задачи внешней баллистики в виде функции:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{P}_k, \tau_k) = \Phi_1(\mathbf{P}_0, V_0, \alpha_{\text{ц}}, \theta_0, \mathbf{A}). \quad (1)$$

Здесь обозначено $\mathbf{P}_k = (x_k, y_k, z_k)$ – координаты точки падения снаряда; τ_k – время полета снаряда; $\mathbf{P}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – координаты точки расположения орудия; V_0 – начальная скорость снаряда; $\alpha_{\text{ц}}$ – дирекционный угол цели; θ_0 – угол стрельбы. Вектор $\mathbf{A}$ содержит параметры, характеризующие баллистические, геофизические и метеорологические условия стрельбы.

Решение обратной задачи внешней баллистики заключается в определении обратного преобразования:

$$\mathbf{z} = (\alpha_{\text{ц}}, \theta_0) = \Phi_2(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_{\text{ц}}, V_0, \mathbf{A}), \quad (2)$$

где $\mathbf{P}_{\text{ц}} = (x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}, z_{\text{ц}})$ – координаты цели.

Решение прямой задачи (1) реализовано с использованием метода Рунге – Кутты 4-го порядка точности. Путем многократного решения прямой задачи при варьировании углов $\alpha_{\text{ц}}$ и θ_0 , температуры T_a и давления P_a воздуха,

направления α_w и скорости w ветра и других параметров формируется база данных вычислительных экспериментов:

$$(\mathbf{x}^h; \mathbf{y}^h) = (x_0^h, y_0^h, z_0^h, V_0^h, \alpha_{\text{ц}}^h, \theta_0^h, T_a^h, P_a^h, \alpha_w^h, w^h, \dots; x_k^h, y_k^h, z_k^h, \tau_k^h), h = \overline{1, H}, \quad (3)$$

где H – количество экспериментов.

Для решения обратной задачи (2) используется многослойная нейронная сеть. Для обучения данной сети используется выборка данных (3). Реализована нейронная сеть на языке Python с использованием библиотеки Keras [2]. В качестве алгоритма оптимизации применялся метод Adam [3].

Решение прямой и обратной задач внешней баллистики реализовано в виде desktop-приложения, позволяющего сохранять рассчитанные весовые коэффициенты и структуру нейронной сети в виде отдельного файла [4].

Полученный файл используется в качестве базы знаний для системы наведения, реализованной в виде мобильного приложения дополненной реальности. Общий алгоритм работы системы наведения представлен на рис. 1.

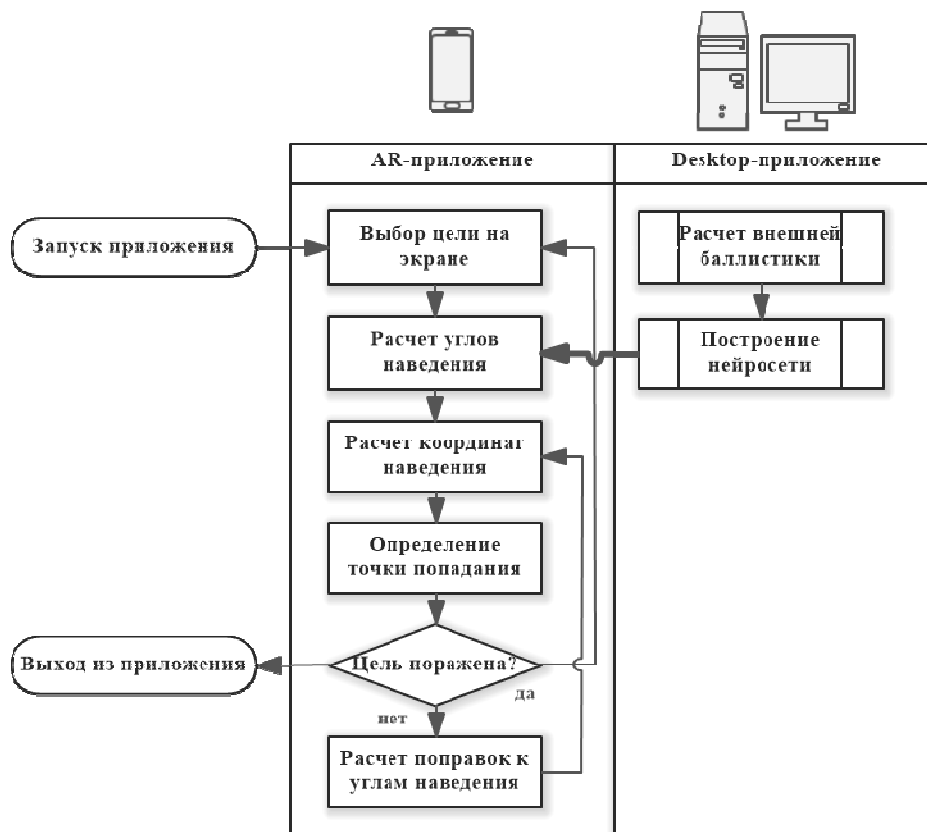


Рис. 1. Компоненты системы наведения

Использование AR-технологии [5] позволяет накладывать виртуальные объекты на реальное окружение. Созданное мобильное приложение на основании текущих координат пусковой установки и мишени рассчитывает необходимые углы наведения орудия на цель и переводит их в экранные координаты (рис. 2).

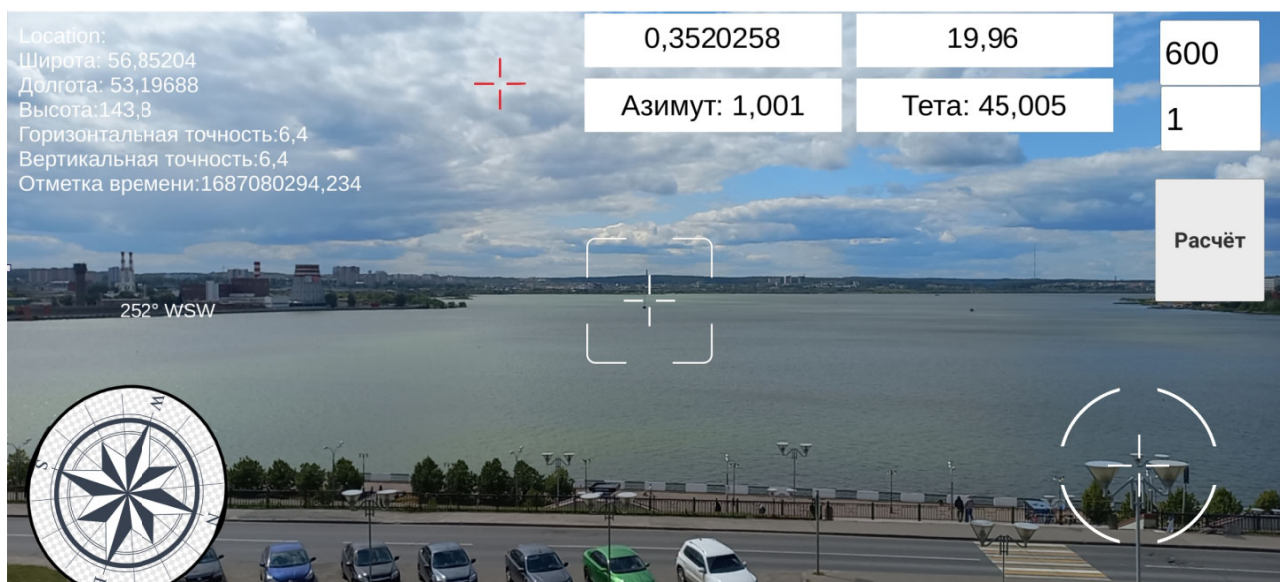


Рис. 2. Графический интерфейс мобильного приложения

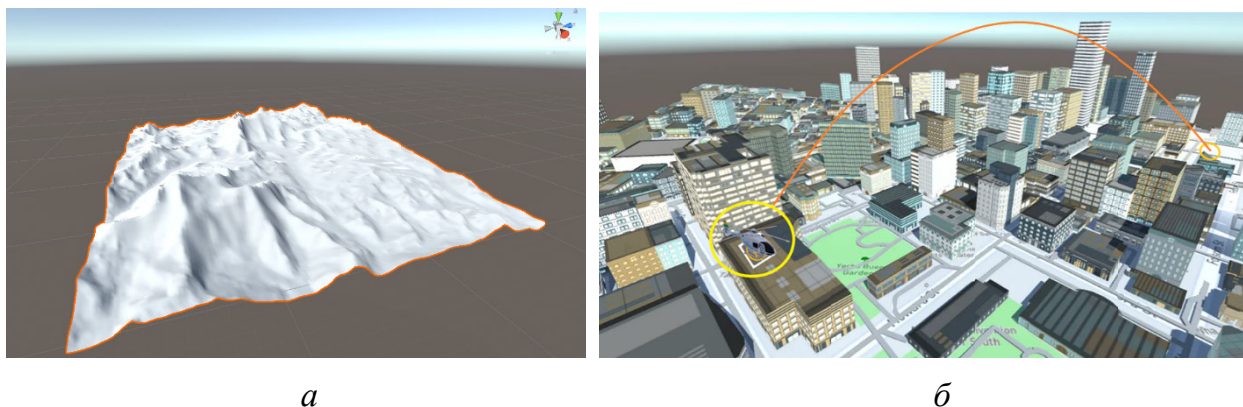
Мобильное приложение совмещает в себе несколько функций:

1. Возможность наведения на цель с использованием в качестве входных параметров координат цели, а после их ввода, нажатием кнопки «Расчет», получаем углы наведения.
2. Визуальное представление того, куда нужно навести прицел, отмеченное красным перекрестием.
3. Если точка наведения выходит за пределы экранного пространства, в правом нижнем углу появляется стрелка, указывающая в сторону нужного нам угла прицеливания.
4. В левом верхнем углу отображаются географические координаты устройства.
5. В левом нижнем углу отображается компас и численное представление (в градусах) того, в какую сторону света направлена камера наведения.

Для создания AR-приложения использовалась система визуализации Unity с библиотекой Vuforia Engine. Она позволяет распознавать физические объекты и отслеживать их на графическом интерфейсе мобильного устройства.

В качестве наглядного представления процесса наведения с помощью мобильного устройства создадим окружающий ландшафт и отобразим карту местности. Геоданные получаем из программы SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) путем выбора какой-либо точки на поверхности земного шара. После скачивания выбранного места на карте преобразуем в нужный нам формат файл с ландшафтом и, если нужно, уменьшаем масштаб выделенного нами района. Далее загружаем файл в Unity и преобразуем в виртуальное пространство, используя плагин Unity Geo Data Loader.

Пример генерации окружающего ландшафта и полученной виртуальной карты местности представлен на рис. 3.



*Рис. 3. Создание виртуальной карты местности в Unity 3D:
а – генерация ландшафта; б – добавление окружающих предметов*

Таким образом, полученные результаты работы направлены на повышение возможности автоматизации прицельной стрельбы из артиллерийских установок, что обеспечивает оперативность принимаемых решений в боевой обстановке.

Список литературы

1. Юминов, А. Ю. Создание интеллектуальной системы наведения на цель с использованием технологии дополненной реальности / А. Ю. Юминов, Д. Г. Нефедов // Высокопроизводительные вычисления, визуальные технологии и математическое моделирование задач механики, баллистики и управления техническими и социально-экономическими системами (II Липановские научные чтения) : материалы Всероссийской школы-семинара молодых ученых и студентов. – Ижевск, 2023. – С. 91–94.
2. Rashka S. Python Machine Learning: Machine Learning and Deep Learning with Python, Scikit-Learn, and TensorFlow 2. Packt Publishing, 2019. 770 p.
3. Zhuang J., Tang T., Ding Y., Tatikonda S., Dvornek N., Papademetris X., Duncan J. AdaBelief Optimizer: Adapting Stepsizes by the Belief in Observed Gradients // NeurIPS, 2020. DOI 10.48550/arXiv.2010.07468.
4. Программа расчета углов наведения и корректировки стрельбы. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2023615914, 20.03.2023. Авторы: Королев С. А., Нефедов Д. Г., Русяк И. Г.
5. Ступин, А. А. Дополненная реальность в робототехнике / А. А. Ступин, Е. Е. Ступина, Д. Ю. Чупин. – Новосибирск : Агентство «Сибпринт», 2019. – 103 с.

Секция 3.
ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕХНИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 338.27, 519.65

Сравнение методов Хука – Дживса и наименьших квадратов при решении задачи идентификации параметров производственной функции Солоу

Д. Д. Вавилова, Р. Зерари

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье представлены результаты решения задачи идентификации параметров производственной функции Солоу для региональной социально-экономической системы. Рассматривается математическая модель, описывающая зависимость валового регионального продукта от численности трудовых ресурсов, величины производственного капитала и влияния технического прогресса. В процессе математического моделирования используются официальные статистические данные о ключевых социально-экономических показателях Удмуртской Республики за 2000–2022 годы. Оценка параметров производственной функции Солоу осуществляется двумя методами: классическим методом наименьших квадратов и приближенным методом Хука – Дживса. Выполняется сравнение результатов идентификации параметров математической модели методом наименьших квадратов и методом Хука – Дживса. Анализируется эффективность этих методов путем расчета и сравнения коэффициентов детерминации модели, средней относительной ошибки аппроксимации и графиков сходимости численного метода. В поставленной задаче идентификации параметров производственной функции Солоу метод наименьших квадратов оказался более точным, чем метод Хука – Дживса.

Ключевые слова: математическое моделирование, идентификация, метод Хука – Дживса, метод наименьших квадратов, функция Солоу, валовой региональный продукт.

Введение

Абстрактное представление любого физического, механического или социально-экономического процесса требует создания его математической модели. При математическом моделировании исследователи стремятся получать наиболее точную и полную модель, описывающую исследуемый процесс. Добиться этого можно, если учитывать главные принципы, лежащие в основе создаваемой

модели, указать достаточный набор ограничений и допущений, определить основные уравнения и соотношения. Немаловажную роль играет и используемый подход к идентификации параметров математической модели [1, 2].

В настоящей работе выполняется математическое моделирование динамики валового регионального продукта (ВРП) в зависимости от таких факторов производства, как численность трудовых ресурсов и величина производственного капитала региона. В целях моделирования динамики ВРП выбрана производственная функция Солоу, которая отличается от наиболее известной функции Кобба – Дугласа учетом влияния технического прогресса [3].

Производственная функция Солоу выглядит следующим образом [4]:

$$\tilde{Y}_t = A \cdot L_t^\alpha \cdot K_t^\beta \cdot e^{\gamma(t-t_0)}, \quad (1)$$

где $\tilde{Y}_t$ – моделируемое значение Y_t , величины ВРП в стоимостном выражении в год t ; L_t – численность трудовых ресурсов в год t ; K_t – величина производственного капитала в стоимостном выражении в год t ; t_0 – начальное время ($t_0 = 2000$); A, α, β, γ – параметры модели, требующие идентификации.

Возникает оптимизационная задача подбора параметров модели (1), позволяющих наиболее точно описывать динамику результативной переменной, т. е. ВРП (Y_t). Таким образом, цель состоит в определении значений четырех неизвестных параметров модели A, α, β, γ , которые обеспечивают минимальный квадрат отклонения модельных значений ($\tilde{Y}_t$) от фактических (Y_t).

Функция (1) является мультипликативно-степенного вида. Ее можно преобразовать к линейному виду с помощью операции логарифмирования [5]:

$$\ln(\tilde{Y}_t) = \ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0). \quad (2)$$

Далее при решении задачи оптимизации составляется целевая функция:

$$F(A, \alpha, \beta, \gamma) = \sum_{t=1}^T [\ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0) - \ln(Y_t)]^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Для моделирования динамики ВРП используются официальные статистические данные по Удмуртской Республике (УР) за 2000–2022 годы. Показатели в стоимостном выражении приведены к базовым ценам 2022 года с помощью индекс-дефляторов [6, 7] (см. табл. 1).

Таблица 1. Ключевые социально-экономические показатели УР за 2000–2022 годы

Год (t)	ВРП в ценах 2022 года, млрд руб. (Y_t)	Трудовые ресурсы, тыс. чел. (L_t)	Производственный капитал в ценах 2022 года, млрд руб. (K_t)
2000	553,6	809,0	958,3
2002	604,1	821,2	982,2
2004	568,1	803,0	888,8
2006	675,9	846,5	651,9
2008	742,7	839,4	845,0
2010	720,1	831,9	830,6

Год (t)	ВРП в ценах 2022 года, млрд руб. (Y_t)	Трудовые ресурсы, тыс. чел. (L_t)	Производственный капитал в ценах 2022 года, млрд руб. (K_t)
2012	774,5	829,7	787,5
2014	826,8	822,8	817,6
2016	948,8	806,5	854,2
2018	976,2	781,2	828,8
2020	943,1	769,1	990,2
2022	965,7	738,7	787,0

Для идентификации параметров модели Солоу воспользуемся двумя методами минимизации целевой функции (3). Первый метод – метод наименьших квадратов, второй метод – метод Хука – Дживса. Сравнение эффективности двух методов выполним на основе использования следующих показателей [8, 9]: коэффициента детерминации модели и средней ошибки аппроксимации.

Метод наименьших квадратов

Метод наименьших квадратов – это классический метод, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений модельных значений функций от фактических (экспериментальных) [10, 11]. То есть, применяя указанный метод для оценки параметров модели (1), следует минимизировать целевую функцию (3). Она является квадратичной и достигает своего минимума при условии, что ее частные производные по неизвестным параметрам будут равны нулю:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial A} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial \beta} = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial \gamma} = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{A} \cdot \sum_{t=0}^T [\ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0) - \ln(Y_t)] = 0; \\ 2 \cdot \ln(L_t) \cdot \sum_{t=0}^T [\ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0) - \ln(Y_t)] = 0; \\ 2 \cdot \ln(K_t) \cdot \sum_{t=0}^T [\ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0) - \ln(Y_t)] = 0; \\ 2 \cdot (t - t_0) \cdot \sum_{t=0}^T [\ln(A) + \alpha \cdot \ln(L_t) + \beta \cdot \ln(K_t) + \gamma \cdot (t - t_0) - \ln(Y_t)] = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решая систему уравнений (4) относительно неизвестных A, α, β, γ получаем количественные значения параметров модели (1). Производственная функция Солоу, параметры которой определены методом наименьших квадратов, построенная для региональной системы Удмуртской Республики имеет вид:

$$\tilde{Y}_t = 17,22 \cdot L_t^{0,46} \cdot K_t^{0,05} \cdot e^{0,03(t-t_0)}. \quad (5)$$

При этом коэффициент детерминации модели (5) составляет 0,951, а средняя относительная погрешность аппроксимации равна 3,59 %. На рис. 1 представлены статистические данные ВРП по УР за 2000–2022 годы и расчетные значения по модели Солоу вида (5).

Из рис. 1 видно, что ВРП УР в ценах 2022 года показывает положительную динамику роста: с 533,6 млрд руб. в 2000 году до 965,7 млрд руб. в 2022 году.

Результаты идентификации параметров производственной функции Солоу (5) методом наименьших квадратов демонстрируют, что модель является подходящей для моделирования и прогнозирования ВРП УР, поскольку обладает высоким значением коэффициента детерминации и достаточной точностью.

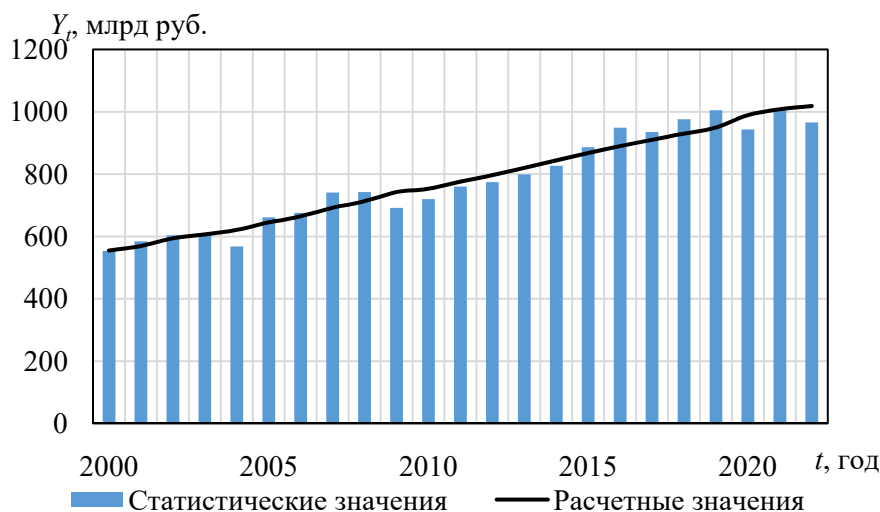


Рис. 1. Динамика ВРП УР в ценах 2022 года и модельные значения ПФ Солоу, полученные методом наименьших квадратов

Метод Хука – Дживса

Рассмотрим алгоритм метода Хука – Дживса, также применяемый для минимизации целевых функций $F(x)$. Он состоит из двух основных процедур: поиск покоординатного пространства вокруг данной точки для определения направления убывания целевой функции и движение в направлении убывания функции. Запишем полный алгоритм метода Хука – Дживса [12]:

Шаг 0. Задать начальное приближение $x^0 = (A^0, \alpha^0, \beta^0, \gamma^0)$, вектор приращений по параметрам $\Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4)$, коэффициент уменьшения шага $\delta > 1$, точность $\varepsilon > 0$.

Шаг 1. Выполнить исследующий покоординатный поиск из x^0 и найти точку $\bar{x}^0$. Если эти приближения совпадают $\bar{x}^0 = x^0$, то перейти к шагу 2, иначе – к шагу 3.

Шаг 2. Проверить окончание поиска: если $\|\Delta\| < \varepsilon$, то прекратить поиск, поскольку точка минимума найдена $x^* = x^0$. Иначе $\Delta = \Delta/\delta$ и перейти к шагу 1.

Шаг 3. Выполнить перемещение из точки $\bar{x}^0$ в направлении убывания $\bar{x}^0 - x^0$, т. е. получить новое приближение $x^1 = \bar{x}^0 + (\bar{x}^0 - x^0) = 2\bar{x}^0 - x^0$.

Шаг 4. Выполнить исследующий поиск из x^1 и найти точку $\bar{x}^1$. Если $F(\bar{x}^1) < F(\bar{x}^0)$, то $x^0 = \bar{x}^0$, $\bar{x}^0 = \bar{x}^1$ и перейти к шагу 3, иначе $x^0 = \bar{x}^1$ и к шагу 1.

Представленный алгоритм метода Хука – Дживса реализован на языке программирования Python, в результате чего получены значения параметров, при которых достигается минимум целевой функции (3). Они указаны в табл. 2.

Таблица 2. Результаты идентификации методом Хука – Дживса

Параметры модели	A	α	β	γ
Значение параметров	18,0	0,49	0,02	0,03

Таким образом, производственная функция Солоу (1), параметры которой определены методом Хука – Дживса, построенная для региональной системы Удмуртской Республики имеет вид:

$$\tilde{Y}_t = 18,0 \cdot L_t^{0,49} \cdot K_t^{0,02} \cdot e^{0,03(t-t_0)}. \quad (6)$$

При этом коэффициент детерминации модели (6) составляет 0,946, средняя относительная погрешность аппроксимации равна 3,67 %. На рис. 2 представлены статистические данные ВРП УР за период 2000–2022 годы и модельные значения по производственной функции вида (6).

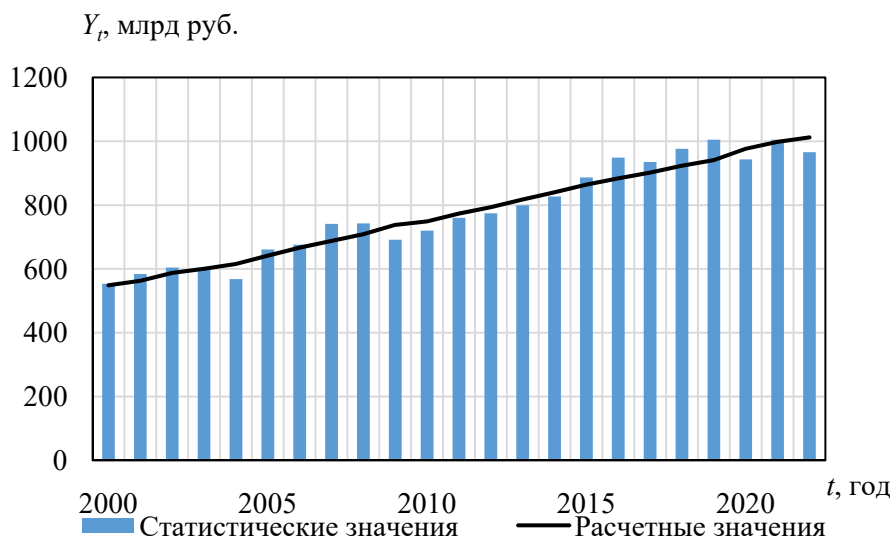


Рис. 2. Динамика ВРП УР в ценах 2022 года и модельные значения ПФ Солоу, полученные методом Хука – Дживса

Согласно результатам идентификации параметров по методу Хука – Дживса, производственная функция Солоу (6) также может рассматриваться как хорошая модель для моделирования и прогнозирования ВРП УР, поскольку она также демонстрирует высокий коэффициент детерминации и достаточную точность.

На рис. 3 представлен график сходимости метода Хука – Дживса, где ошибка *error* рассчитывается как произведение размера шага на направление поиска.

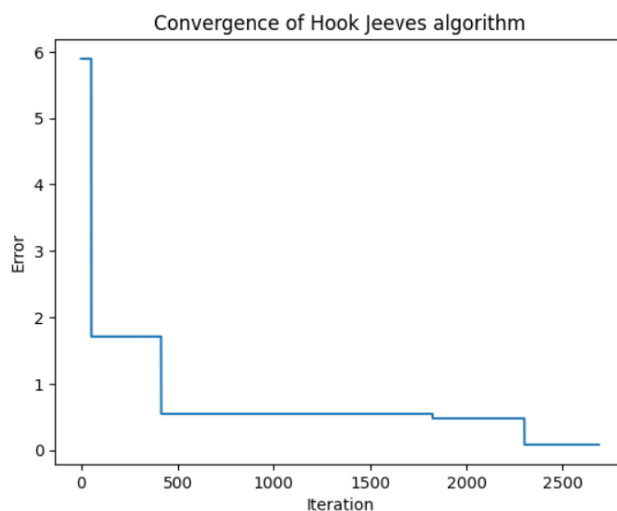


Рис. 3. График сходимости метода Хука – Дживса

Окончание поиска значений параметров останавливается, когда ошибка становится ниже заданного значения точности ε .

Выводы

При решении задачи идентификации параметров производственной функции Солоу метод наименьших квадратов оказался более точным, по сравнению с методом Хука – Дживса. Коэффициент детерминации модели составил 0,95, средняя ошибка аппроксимации 3,59 %. В результате получена производственная функция Солоу для региональной социально-экономической системы УР в виде $\tilde{Y}_t = 17,22 \cdot L_t^{0,46} \cdot K_t^{0,05} \cdot e^{0,03(t-t_0)}$, которую можно использовать для построения прогноза ВРП на среднесрочную перспективу.

В данной задаче метод наименьших квадратов предпочтительнее метода Хука – Дживса, поскольку модель Солоу может быть приведена к линейному виду. Метод Хука – Дживса предпочтителен для задач нелинейной оптимизации, в которых не требуется дифференцируемость целевой функции. К тому же он может требовать больших вычислительных затрат, что видно на рис. 3.

Список литературы

1. Вавилова, Д. Д. Информационно-аналитическая система анализа региональных социально-экономических процессов на основе комплексного использования динамических моделей различных типов / Д. Д. Вавилова, К. В. Кетова // Прикладная информатика. – 2023. – Т. 18. № 4. – С. 97–110.
2. Ketova K.V., Kasatkina E.V. Development of an effective adaptive forecasting system based on the combination of neural network and genetic algorithm // Journal of Physics: Conference Series, 2021. С. 32029. DOI: 10.1088/1742-6596/1889/3/032029.
3. Базилевский, М. П. Метод построения неэлементарных производственных функций Кобба – Дугласа // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 1. – С. 102–115.
4. Антохина, Ю. А. Социально-экономическое прогнозирование / Ю. А. Антохина, А. М. Колесникова, С. Н. Медведева. – Санкт-Петербург : ГУАП, 2020.

5. *Вавилова, Д. Д.* Анализ, моделирование и прогнозирование динамики валового регионального продукта на основе производственной функции / Д. Д. Вавилова, Р. Зерари // Экономика. Информатика. – 2024. – Т. 51. – № 1. – С. 5–17.
6. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистике при Удмуртской Республике. – URL: <https://18.rosstat.gov.ru/ofstatistics>.
7. Федеральная служба государственной статистике РФ. Индексы-дефляторы ВВП – URL: <https://rosstat.gov.ru/statistics/accounts>.
8. *Русяк, И. Г.* Анализ погрешностей прогнозирования демографических показателей // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2004. – № 3. – С. 43–45.
9. *Кетова, К. В.* Разработка методов исследования и оптимизация стратегии развития экономической системы региона : дис. ... д-ра физ.-мат. наук / ГОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет». – Ижевск, 2008.
10. *Прасолов, А. В.* Алгоритм оценки дисперсии для взвешенного метода наименьших квадратов / А. В. Прасолов, Н. Г. Иванов, Н. В. Смирнов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2023. – Т. 19, № 4. – С. 484–496.
11. *Черепанова, А. С.* Эконометрическое моделирование влияния фактора материнского капитала на уровень рождаемости в регионе // Интеллектуальные системы в производстве. – 2023. – Т. 21, № 2. – С. 58–68. – DOI: 10.22213/2410-9304-2023-2-58-68.
12. *Ткаченко, Д. М.* Сравнительный анализ модификаций метода Хука – Дживса / Д. М. Ткаченко, Г. А. Петин, А. В. Зыкина // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2023. – № 4. – С. 12–20.

Изучение интеллектуального потенциала населения на примере Удмуртской Республики

А. А. Жиделева, И. В. Васильева

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Интеллектуальный капитал играет значительную роль в социально-экономическом развитии страны и определяет ее конкурентоспособность. Он включает в себя не только накопленные знания и навыки, но также творческий потенциал, гибкость ума и способность к инновациям. В статье анализируется статистический материал по данной теме, предложены математические методы и модель описания интеллектуального потенциала населения. Также статья рассматривает основные факторы, влияющие на интеллектуальный уровень населения, и предлагает анализ современного состояния интеллектуального уровня жителей Удмуртской Республики.

Ключевые слова: образование, интеллект, интеллектуальный потенциал, факторный анализ, индексный анализ.

В современном мире наблюдается переход в новую эпоху, где важнейшим фактором развития наций и регионов стало стремительное продвижение науки и техники. Пророчество, высказанное Карлом Марксом еще в XIX веке, о том, что наука станет основной производственной силой общества [1], находит яркое подтверждение в наши дни. Ключевыми элементами для достижения господства и мирового лидерства в этой новой эпохе выступают человеческий ум и капитал [2, 3]. Страны и регионы, которые вкладывают средства в сферу образования, научных исследований и инноваций, приобретают значительное преимущество в гонке за прогрессом [4]. В настоящее время экономическое, финансовое, военное и политическое влияние развитых стран непосредственно зависит от уровня развития фундаментальной и прикладной науки, от прогресса в области научных исследований и конструкторских работ, а также от доли наукоемкой продукции в общем объеме промышленного производства и валового национального продукта [5, 6].

Накопленный потенциал – это набор возможностей, сформированных в рамках социально-экономической системы, которые могут быть использованы в настоящее время и превращены в реализованный потенциал. Ресурсы представляют собой инструменты, доступные для использования, капитал же – это ресурс, который при использовании приносит финансовую выгоду.

Оценка интеллектуального потенциала чрезвычайно сложна по ряду причин, включая его изменчивость в течение времени. Если потенциал не задействован, его уровень быстро падает, в то время как активный запрос на него способствует увеличению эффективности быстрее [7].

На интеллектуальный уровень населения влияют различные факторы. В ходе теоретического анализа научной литературы и учета экспертного мнения [8, 9] была проведена группировка факторов, которые влияют на интеллектуальный уровень населения.

Выделено два основных типа показателей, которые влияют на интеллект населения. Это качественные и количественные показатели. Количественные показатели могут быть объединены в две группы: касающиеся непосредственной жизни и возможности предоставления образования или доступа к науке населению.

Количественные показатели науки и образования:

- государственное финансирование науки;
- государственное финансирование образования;

Качественные показатели состояния образования и науки:

- индекс, отображающий общий уровень образованности, начиная с возраста экономической активности населения;
- индекс обучающихся в докторантуре и аспирантуре;
- доля научных работников;
- индекс получающих образование;
- доля преподавателей в вузах.

В результате выделения основных факторов, влияющих на интеллект населения, возникает вопрос о том, какой из них наиболее влияет и как можно оценить интеллектуальный потенциал населения. На вопрос о количественной оценке уровня интеллектуального развития населения поможет ответить аппарат математического и статистического моделирования.

Изучив литературу про интеллект населения, возьмем за идею методику Малапура [10]. Для расчета нашего показателя интеллектуального потенциала IP добавим в уже имеющуюся модель новые показатели. Итоговая формула будет иметь вид:

$$IP = k_1 I_{\text{обр}} + k_2 (J_1 + J_2 + J_3) + k_3 (I_1 + I_2 + I_3), \quad (1)$$

где $I_{\text{обр}}$ – индекс, отображающий общий уровень образованности, начиная с возраста экономической активности населения; J_1 – индекс обучающихся в докторантуре и аспирантуре; J_2 – индекс финансирования науки; J_3 – доля научных работников; I_1 – индекс получающих образование; I_2 – индекс финансирования образования; I_3 – доля преподавателей в вузах; k_1, k_2, k_3 – корректировочные коэффициенты.

Рассмотрим компоненты показателя интеллектуального потенциала (1) на основе официальной статистики Удмуртской Республики за период с 2000 по 2021 год [11, 12]. Статистические данные имеются не по всем показателям формулы (1), поэтому временные интервалы не всегда совпадают.

Для начала оценим показатель, отражающий общий уровень образованности населения $I_{\text{обр}}$. На рис. 1 представлено распределение уровней образования в регионе за указанный период.

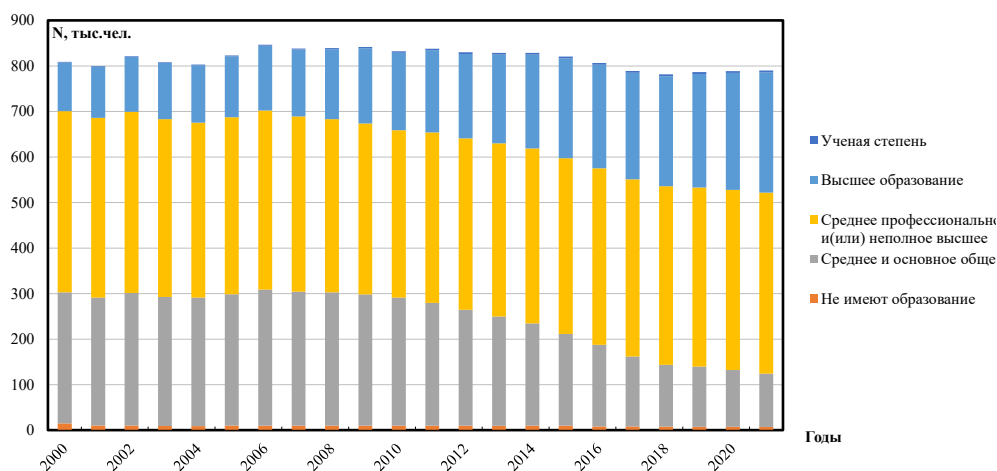


Рис. 1. Соотношение уровней образования в УР за период 2000–2021 годы

Отметим, что в 2018 году было наивысшее количество людей с высшим образованием (241,6 тыс. чел.) и ученой степенью (4,0 тыс. чел.). В 2006 году наивысшее количество людей со средним и общим образованием (298,6 тыс. чел.) было зафиксировано в республике.

Число людей средним профессиональным или неполным высшим образованием достигло максимума в 2000 году (398,1 тыс. чел.), а также число людей без образования (14,9 тыс. чел.).

Для расчета индекса, отражающего общий уровень образования, будем использовать формулу

$$I_{\text{обр}} = \frac{\sum_{i=1}^5 k_i \rho_i}{\sum_{i=1}^5 \rho_i}, \quad (2)$$

где k_i – уровни образования человека (индексы обозначают следующее: $i = 1$ – люди, не имеющие образования, $i = 2$ – имеющие среднее и основное общее образование, $i = 3$ – имеющие среднее профессиональное или неполное высшее образование, $i = 4$ – имеющие высшее образование, $i = 5$ – имеющие ученую степень). В соответствии с этой градацией, в условиях нормировки уровней образования от 0 до 1 имеем: $k_1 = 0$, $k_2 = 0,25$, $k_3 = 0,5$, $k_4 = 0,75$, $k_5 = 1$. ρ_i – численность людей, имеющих тот или иной уровень образования.

На рис. 2 отображен график, иллюстрирующий динамику индекса $I_{\text{обр}}$, который отражает общий уровень образованности населения УР. По данным графика можно увидеть, что в период с 2000 по 2021 год наблюдается положительная динамика индекса, что свидетельствует о росте образования населения в данном регионе.

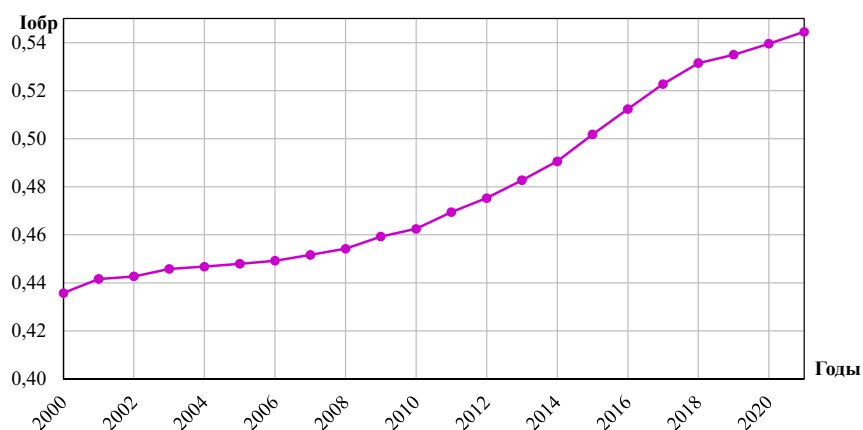


Рис. 2. Динамика индекса, отображающего общий уровень образованности зрелого населения УР за период 2000–2021 годы

Проанализируем индекс получающих образование I_1 и индекс обучающихся в аспирантуре и докторантуре J_1 . На рис. 3 изображен график динамики I_1 для Удмуртской Республики за период 2000–2022 годы.

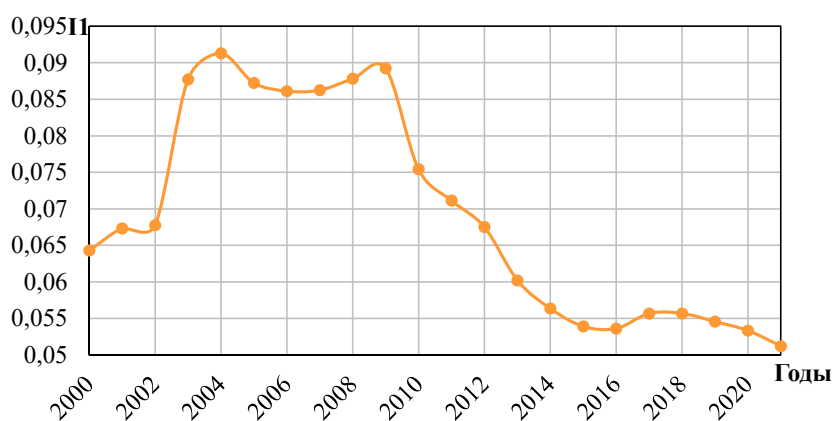


Рис. 3. Динамика индекса получающих образование в УР за период 2000–2021 годы

Согласно данным, изображенным на рис. 3, в 2004 году наблюдается пиковое значение доли лиц, получающих образование, которое составляет 9,13 %. Самое низкое значение этого показателя за весь период с 2000 по 2021 год отмечено в 2021 году и равно 5,12 %. С 2009 по 2016 год показатель сокращался (на 2,18 % за 8 лет).

На рис. 4 показана динамика индекса J_1 студентов в аспирантуре и докторантуре Удмуртской Республики за период с 2000 по 2021 год.

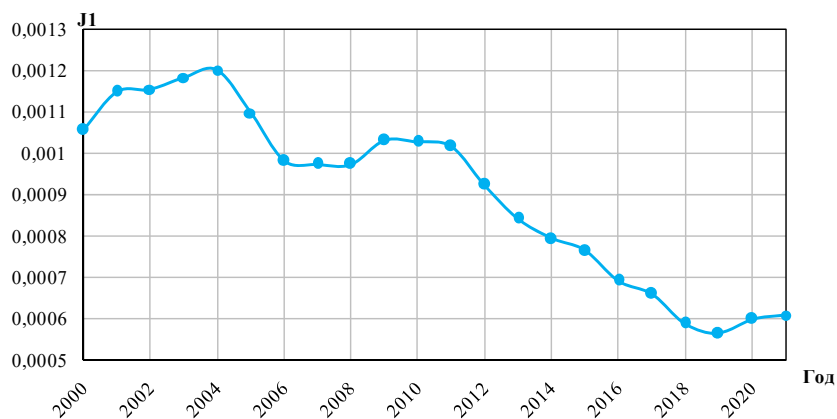


Рис. 4. Динамика индекса обучающихся в аспирантуре и докторантуре в УР за 2000–2021 годы

Из графика (см. рис. 4) видно, что в 2004 году удельный вес показателя достигает своего максимума – 0,12 %. Самое низкое значение показателя наблюдается в 2019 году и составляет 0,056 %. За период с 2009 по 2019 год количество студентов, обучающихся в аспирантуре и докторантуре, сократилось на 424 человека за 11 лет.

Посмотрим на данные о финансировании образования в Удмуртской Республике. График динамики I_2 за период с 2005 по 2021 год представлен на рис. 5.

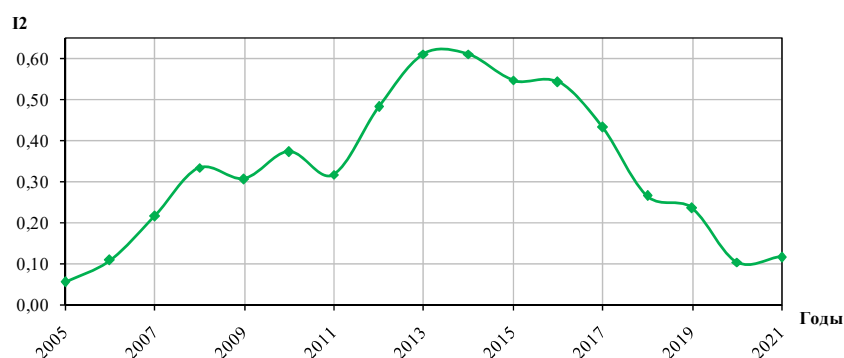


Рис. 5. Динамика финансирования образования УР в период за 2005–2021 годы

Согласно графику (см. рис. 5), в 2013 году отмечается пиковое значение, а самая низкая точка данного показателя за период с 2005 по 2021 год наблюдается в 2005 году. С 2013 по 2020 год наблюдается снижение этого показателя.

Далее следует рассмотреть динамику финансирования образования в Удмуртской Республике. График изменения показателя J_2 за период с 2005 по 2021 год представлен на рис. 6.

В 2018 году наблюдается максимальное значение доли расходов на науку, в то время как минимальное значение этого показателя за период с 2005 по 2021 год отмечено в 2005 году.

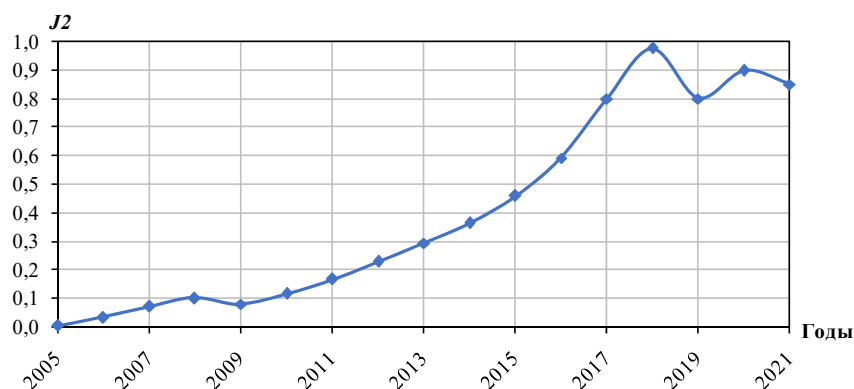


Рис. 6. Динамика индекса финансирования науки УР за период 2005–2021 годы

Рассмотрим показатель доли преподавательского состава I_3 . Динамика для Удмуртской Республики за период с 2010 по 2021 год представлена на рис. 7.

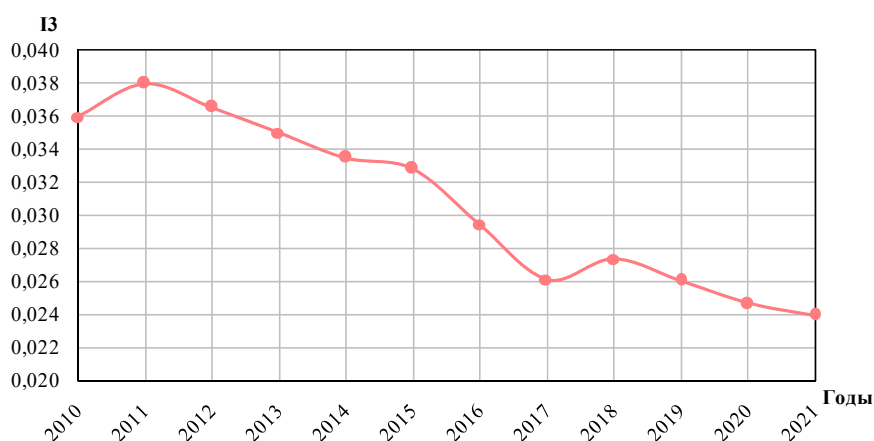


Рис. 7. Динамика доли профессорского-преподавательского состава в УР за период 2010–2021 годы

В 2011 году достигнут максимальный уровень данного показателя, который составил 0,038. Минимальное значение за весь период с 2010 по 2021 год отмечено в 2021 году и составило 0,024.

Рассмотрим показатель доли сотрудников, занятых научными исследованиями и разработками J_3 в Удмуртской Республике. График изменения этого показателя за период 2010–2021 годов представлен на рис. 8.

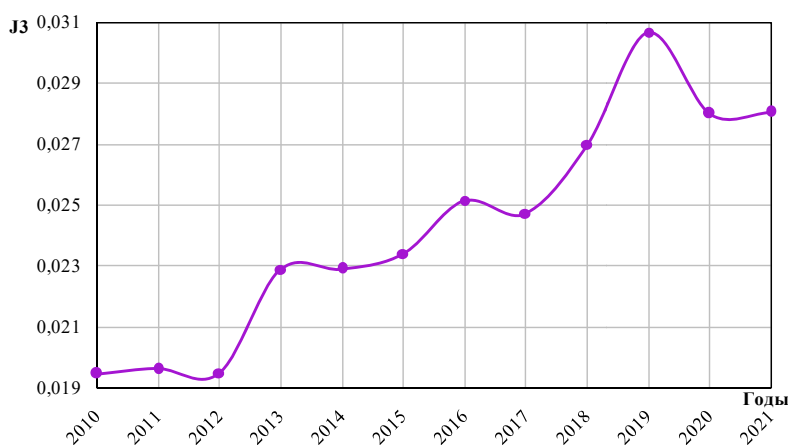


Рис. 8. Динамика доли персонала, занятого научными исследованиями и разработками в УР за период 2010–2021 годы

Как видно из приведенного графика (см. рис. 8), в 2014 году отмечается максимальное значение данного показателя, которое составляет 0,031. Минимальное значение индикатора за рассматриваемый период с 2005 по 2021 годы наблюдается в 2010 году и составляет примерно 0,019.

Рассчитаем интеллектуальный потенциал населения по формуле (1) для УР за период 2010–2021 годы. График динамики индекса IP , отображающего уровень интеллектуального потенциала при $k_1 = \frac{1}{3}$, $k_2 = k_3 = \frac{1}{9}$, представлен на рис. 9.

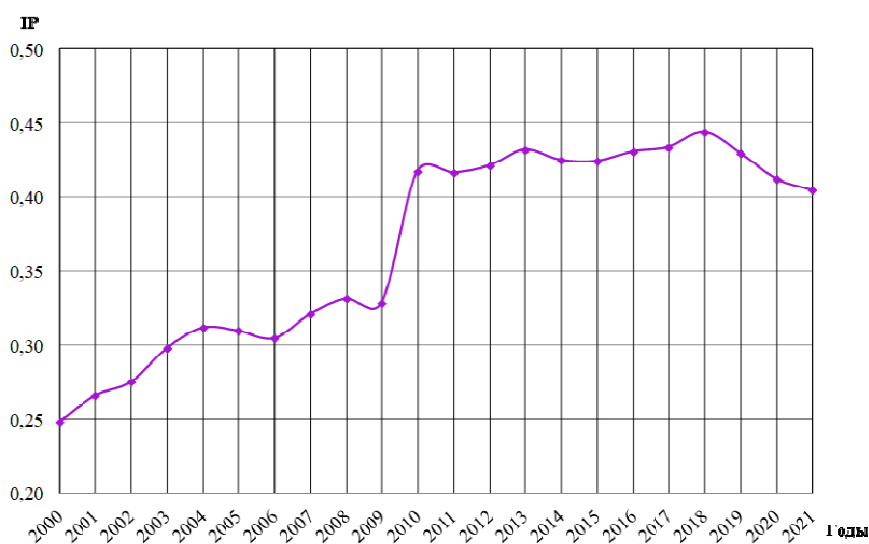


Рис. 9. Динамика интеллектуального потенциала (при $k_1 = \frac{1}{3}$, $k_2 = k_3 = \frac{1}{9}$) для УР в период за 2000–2021 годы

Как показали исследования, с 2000 по 2021 год наблюдался рост интегрального показателя IP населения с 0,25 до 0,41. В 2002 и 2009 годах отмечались значительные увеличения. В период с 2012 по 2018 год интеллектуальный

потенциал населения поддерживался на стабильном уровне 0,43. Однако с 2018 года снова началось снижение интеллектуального потенциала населения УР, достигнув в 2020 году наибольшего снижения на 5,9 %. Максимальный темп роста был зафиксирован в 2010 году и составил 28,5 %. Средний уровень интеллектуального потенциала снижался на 0,1 % в период с 2011 по 2019 год.

Результаты исследования, описанные в данной работе, обладают практической важностью, поскольку разработанные показатели могут быть применены для анализа долгосрочных тенденций и сравнения интеллектуального потенциала населения по регионам.

Список литературы

1. Коваленко, В. И. Карл Маркс о науке как производительной силе общества: политологический анализ // Международный форум «Маркс – XXI» (200-летию Карла Маркса посвящается), 2018. – URL: <http://conf.msu.ru/rus/event/sandbox/add>.
2. Вавилова, Д. Д. Нейросетевая модель прогнозирования человеческого капитала // Интеллектуальные системы в производстве. 2020. Т. 18. № 1. – С. 26–35. DOI: 10.22213/2410-9304-2020-1-26-35.
3. Ketova K. V. Modelling a human capital of an economic system with neural networks // Journal of Physics: Conference Series. 2020. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1703/1/012035.
4. Кетова, К. В. Об одной задаче макроэкономической динамики региона с учетом факторов экономического развития // Вестник Ижевского государственного технического университета. 2007. № 3 (35). С. 33–40.
5. Леонтьев, Б. Б. Цена интеллекта. Интеллектуальный капитал в бизнесе. – Москва : Издательский центр «Аксционер», 2015. – 200 с.
6. Кетова, К. В. Экономико-математическая модель потенциала трудовых ресурсов и стоимостных характеристик демографических потерь // Прикладная экономика. – 2007. – № 3 (7). – С. 80–94.
7. Петров, В. М. Человеческие потенциалы и их распределения: проблема измерений // Человеческий потенциал: опыт комплексного подхода ; под ред. И. Т. Фролова. М., 2014. – 375 с.
8. Левашов, В. К. Интеллектуальный потенциал общества: социологическое измерение и прогнозирование // Мониторинг общественного мнения. – 2008. – № 3 (87). – С. 17–30. – URL: https://wciom.ru/fileadmin/file/monitoring/2008/87/Levawev_Intellectyalnyy%20potencial%20obwestva_sl7-30.pdf.
9. Вавилова, Д. Д. Структурно-динамический анализ составляющей здоровья человеческого капитала социально-экономической системы // Статистика и Экономика. – 2021. – Т. 18, № 1. – С. 54–66. – DOI: 10.21686/2500-3925-2021-1-54-66.
10. Малапура, Р. В. Методика измерения уровня интеллектуального потенциала страны // Международный экономический форум, 2012. – URL: <https://be5.biz/ekonomika1/r2012/3635.htm>.
11. Информационный сайт Госкомстата России. – URL: <http://www.gks.ru>.
12. Удмуртия в цифрах – Сборник за 2021 // Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по УР. – URL: <https://18.rosstat.gov.ru/folder/33803>.

Разработка программного комплекса анализа и моделирования демографических характеристик, а также поведения работающих людей пенсионного возраста на рынке труда

А. А. Загребина, К. В. Кетова

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В работе изучается группа населения РФ, в которую входят люди пенсионного возраста. Анализируются демографические показатели этой возрастной категории граждан, а также некоторые экономические характеристики. Изучается экономически активная группа людей старших возрастов, которая присутствует на рынке труда. Исследуются вопросы, связанные с финансовой нагрузкой на трудоспособное население РФ. Анализируется квалификационный состав текущего состояния рынка труда. Проводится анализ положительных и негативных последствий дисбаланса различных возрастных категорий граждан на рынке труда.

Ключевые слова: программный комплекс, население, демография, пенсионный возраст.

В настоящее время на фоне социально-экономических вопросов, связанных со снижением рождаемости, старением населения и с недостатком квалифицированных трудящихся, в отраслях экономики РФ актуальным становится вопрос о реализации трудового потенциала старшего поколения. Учитывая пенсионную реформу РФ [1], предусматривающую постепенное повышение пенсионного возраста, доля работающих людей пенсионного возраста тоже увеличится. Люди старших возрастов в будущем будут играть значительную роль для рынка труда и всей экономической сферы страны.

По данным Росстата процент реализации трудового потенциала лиц пенсионного возраста активно снижается и к началу 2022 г. составляет лишь 20 % [2]. Это указывает на то, как слабо проработаны вопросы, связанные с реализацией трудовой деятельности граждан старшего поколения.

На многие социально-экономические явления огромное влияние оказывают демографические процессы. Изучение динамики численности и структуры населения, установление закономерностей взаимодействия экономических факторов и демографических процессов – это важные составные части социального моделирования и прогнозирования [3, 4].

Для выполнения поставленной задачи проанализированы статистические данные по численности людей пенсионного возраста, численность работающих пенсионеров, их образование/квалификация [5], а также данные о возрасте выхода на пенсию по годам за период с 2013–2033 гг. [6].

Моделирование демографических показателей осуществляется на основе уравнения динамики возрастного состава [7, 8]:

$$\frac{\partial \rho(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial \rho(t, \tau)}{\partial \tau} = -\mu(t, \tau)\rho(t, \tau) + l(t, \tau)\rho(t, \tau), \quad (1)$$

где $\rho(t, \tau)$ – численность населения в возрасте τ в год t ; $\mu(t, \tau)$ – плотность распределения смертности по возрастам; $l(t, \tau)$ – функция миграционного взаимодействия, задающая долю мигрирующих в каждой возрастной группе.

При расчете производных демографических показателей учитывается возраст, с которого начинается выплата пенсии в РФ, а также фактический возраст выхода на пенсию в РФ [9] (рис. 1).

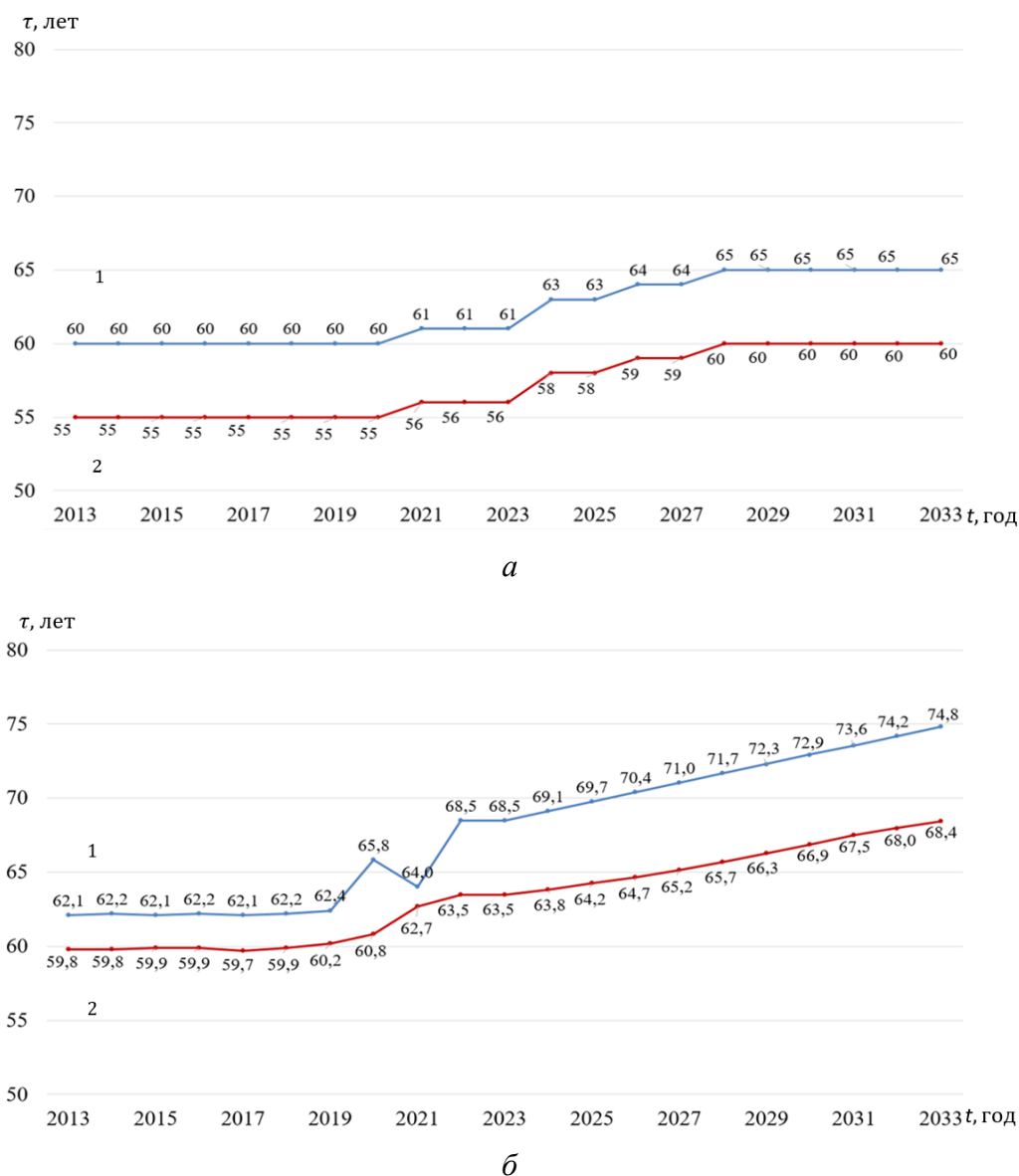


Рис. 1. Возраст выхода на пенсию в РФ для мужчин (1) и женщин (2) за период 2013–2023 гг. и прогноз до 2033 г.: а – возраст, с которого начинается выплата пенсии; б – фактический возраст выхода с рынка труда

Общая численность женского $L_{\text{ж}}^{\circ}(t)$ и мужского $L_{\text{м}}^{\circ}(t)$ населения пенсионного возраста рассчитывается по формулам:

$$L_{\text{ж}}^{\circ}(t) = \int_{\tau_{2L}}^{\infty} \rho_{\text{ж}}(t, \tau) d\tau, L_{\text{м}}^{\circ}(t) = \int_{\tau_{2L}}^{\infty} \rho_{\text{м}}(t, \tau) d\tau, \quad (2)$$

где $\rho_{\text{ж}}(t, \tau)$ – плотность распределения женского населения по возрастам τ в год t , $\rho_{\text{м}}(t, \tau)$ – плотность распределения мужского населения по возрастам τ в год.

Среди женского $L_{\text{ж}}^{\circ}(t)$ и мужского $L_{\text{м}}^{\circ}(t)$ населения людей пенсионного возраста выделим людей, которые продолжают трудовую деятельность и остаются на рынке труда. Эти группы будем обозначать следующим образом:

$L_{\text{ж}}^{\text{р,м}}(t)$ – численность работающих женщин – молодых пенсионеров (в возрасте с момента наступления пенсионного возраста до 72 лет),

$L_{\text{м}}^{\text{р,м}}(t)$ – численность работающих мужчин – молодых пенсионеров (в возрасте с момента наступления пенсионного возраста до 72 лет),

$L_{\text{ж}}^{\text{р,п}}(t)$ – численность работающих женщин – пожилых пенсионеров (в возрасте с 73 лет),

$L_{\text{м}}^{\text{р,п}}(t)$ – численность работающих мужчин – пожилых пенсионеров (в возрасте с 73 лет).

Численность женского $L_{\text{ж}}^{\text{р,м}}(t)$ и мужского $L_{\text{м}}^{\text{р,м}}(t)$ населения пенсионного возраста, относящиеся к категории молодых пенсионеров:

$$L_{\text{ж}}^{\text{р,м}}(t) = \int_{\tau_{2L}}^{72} \rho_{\text{ж}}^{\text{р}}(t, \tau) d\tau, \quad L_{\text{м}}^{\text{р,м}}(t) = \int_{\tau_{2L}}^{72} \rho_{\text{м}}^{\text{р}}(t, \tau) d\tau, \quad (3)$$

где $\rho_{\text{ж}}^{\text{р}}(t, \tau)$ – плотность распределения работающего женского населения по возрастам τ в год t , $\rho_{\text{м}}^{\text{р}}(t, \tau)$ – плотность распределения работающего мужского населения по возрастам τ в год t .

Численность женского $L_{\text{ж}}^{\text{р,п}}(t)$ и мужского $L_{\text{м}}^{\text{р,п}}(t)$ населения пенсионного возраста, относящиеся к категории пожилых пенсионеров:

$$L_{\text{м}}^{\text{р,п}}(t) = \int_{73}^{\infty} \rho_{\text{м}}^{\text{р}}(t, \tau) d\tau, \quad L_{\text{ж}}^{\text{р,п}}(t) = \int_{73}^{\infty} \rho_{\text{ж}}^{\text{р}}(t, \tau) d\tau. \quad (4)$$

На основе формул (2)–(4) могут быть рассчитаны различные коэффициенты нагрузки как на трудоспособное население, так и на все население региона.

Из графиков, представленных на рис. 1, видно, что после 2019 г. возраст, с которого начинается выплата пенсий, увеличивается и по спрогнозированным данным к 2033 г. может составлять 65 лет для мужчин и 60 лет для женщин.

На рис. 2 представлены демографические характеристики населения пенсионного возраста в РФ в делении по полу за период 2013–2023 годы и прогноз до 2033 года.

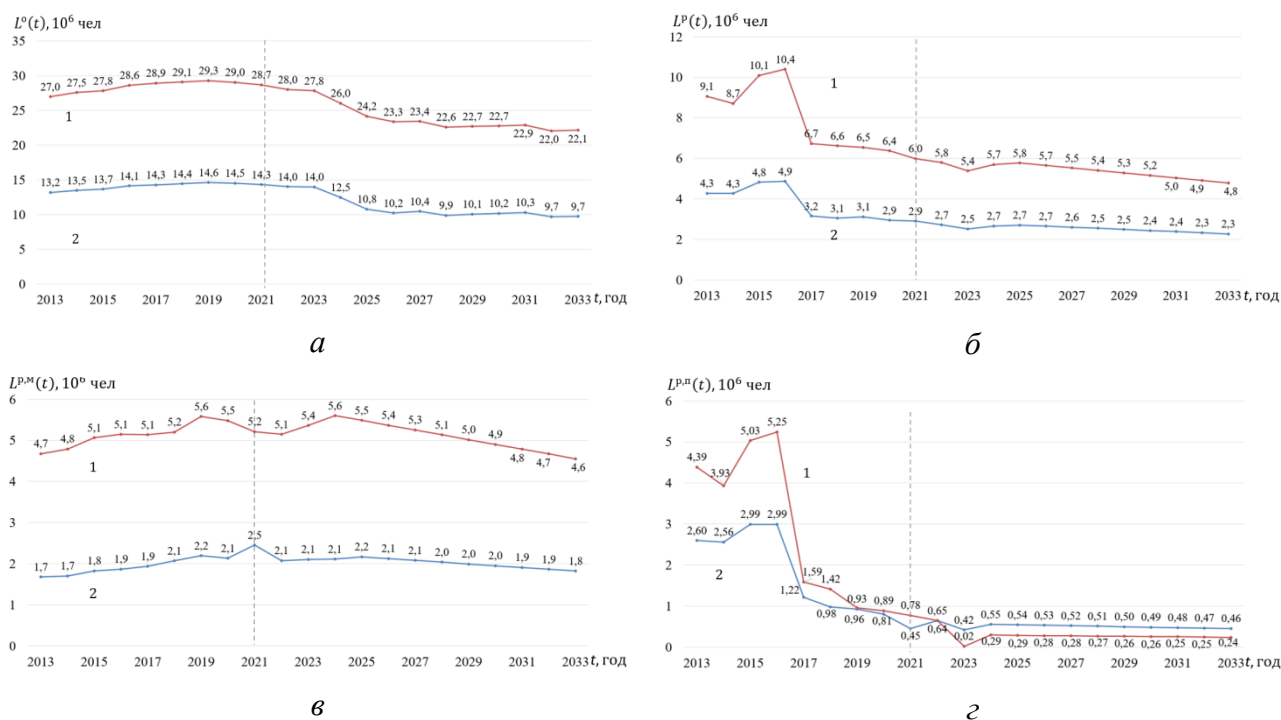


Рис. 2. Демографические характеристики женского (1) и мужского (2) населения пенсионного возраста в РФ за период 2013–2023 гг. и прогноз до 2033 г.: а – численность населения пенсионного возраста; б – численность работающего населения пенсионного возраста; в – численность работающих молодых пенсионеров (до 72 лет); г – численность работающих пожилых пенсионеров (с 73 лет)

Наблюдается снижение численности людей пенсионного возраста после 2021 года, когда происходит первое повышение пенсионного возраста (рис. 2, а). По спрогнозированным данным общая численность пенсионеров с каждым годом будет снижаться и к 2033 году будет составлять 31,8 млн человек. Численность работающих пенсионеров резко снизилась в 2017 году с 10,4 млн человек до 6,7 млн человек. По прогнозу после повышения пенсионного возраста будет происходить медленное снижение общей численности работающих пенсионеров (рис. 2, б). Однако можно заметить, что на рынке труда большую часть занимают молодые пенсионеры (рис. 2, в), число пожилых пенсионеров на рынке труда с каждым годом сокращается (рис. 2, г). Это изменение затрагивает и вопрос, связанный с квалификацией трудовых ресурсов.

В соответствии с классификацией по квалификации, применяемой на рынке труда [5], рассматриваются следующие группы трудящихся: лица с высшей, со средней и низкой квалификацией, а также лица, не имеющие квалификации на рынке труда.

На рис. 3 представлена численность работающих людей пенсионного возраста в РФ, имеющих квалификацию (высшая, средняя и низкая – график 1) и без квалификации (график 2) за период 2013–2023 годы и прогноз до 2033 года.

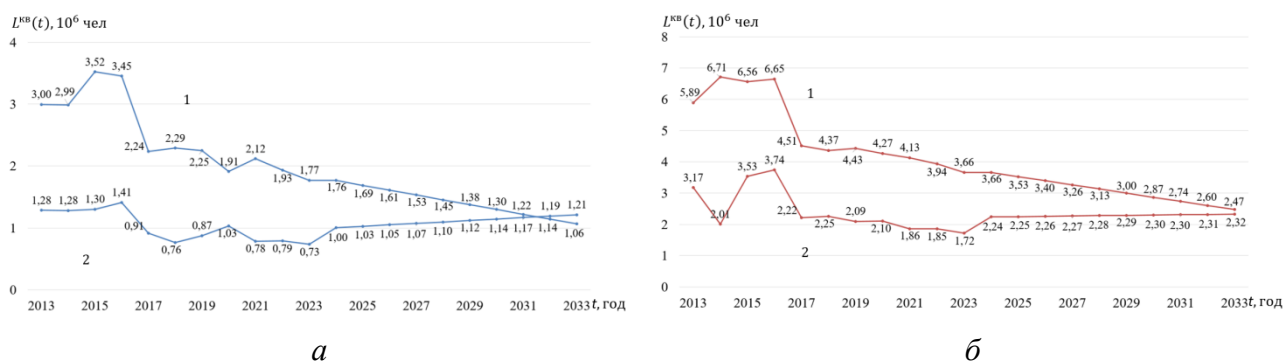


Рис. 3. Численность работающего населения пенсионного возраста в РФ с квалификацией (1) и без квалификации (2) за период 2013–2023 гг. и прогноз до 2033 г.: а – численность мужского населения пенсионного возраста; б – численность женского населения пенсионного возраста

Можно сделать вывод что, несмотря на снижение общей численности работающих людей пенсионного возраста, численность квалифицированных сотрудников в целом преобладает над неквалифицированными (рис. 3), т. е. на рынке труда в большем количестве присутствуют квалифицированные работники. Это обусловлено тем, что в старших возрастах сложно оставаться на работах, требующих большой физической нагрузки. Тем не менее наблюдается тенденция сокращения количества людей с квалификацией и увеличение количества людей без квалификации на рынке труда после наступления пенсионного возраста.

Отметим, что женщин в среднем остается на работе после выхода на пенсию в 2 раза больше, чем мужчин.

Определим влияние изменения демографической структуры группы населения старших возрастов на экономическое состояние рынка труда. Для этого рассмотрим статистические данные по расходам $S_{пфр}$ Пенсионного фонда России (ПФР) [10] (см. рис. 4).

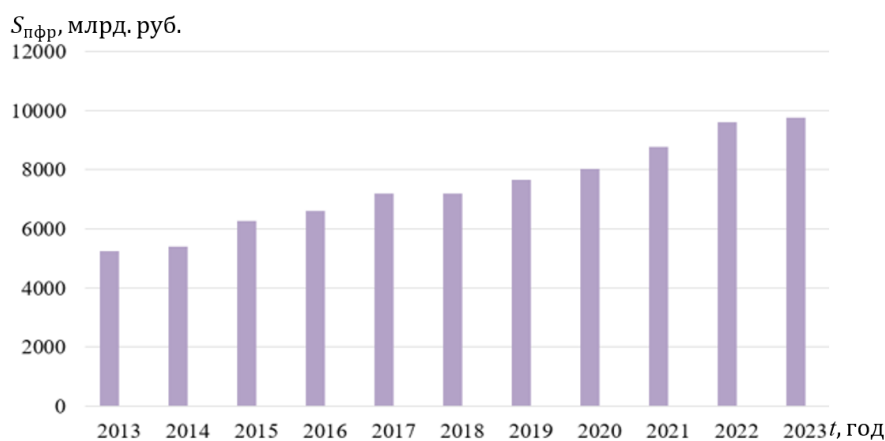


Рис. 4. Расходы ПФР на пенсионное обеспечение в ценах текущего года за период 2013–2023 гг.

На всем периоде 2013–2023 года наблюдается увеличение расходов на пенсионное обеспечение. Средний темп роста за период составил 6,49 %.

В РФ проводится пенсионная реформа 2019–2028 годов. Она предполагает постепенный подъем пенсионного возраста от 55 до 60 лет для женщин и от 60 до 65 лет для мужчин. Изменения касаются большинства граждан. После завершения реформы последующее повышение пенсионного возраста исключается по крайней мере до 2036 года. Возраст, с которого начинается выплата пенсии в РФ, а также фактический возраст выхода на пенсию в РФ представлен на рис. 1.

Рассмотрим модельную ситуацию. Предположим, что в год t люди пенсионного возраста, которые остаются на рынке труда, одномоментно уйдут с этого рынка. Тогда, с одной стороны, количество работающих людей резко сократится и, с другой стороны, увеличится нагрузка на ПФР, поскольку этим людям будут проиндексированы пенсии.

Также сравним моделируемую ситуацию с реальной, имеющейся на рынке труда с точки зрения нагрузки на ПФР и, как следствие, на бюджет РФ.

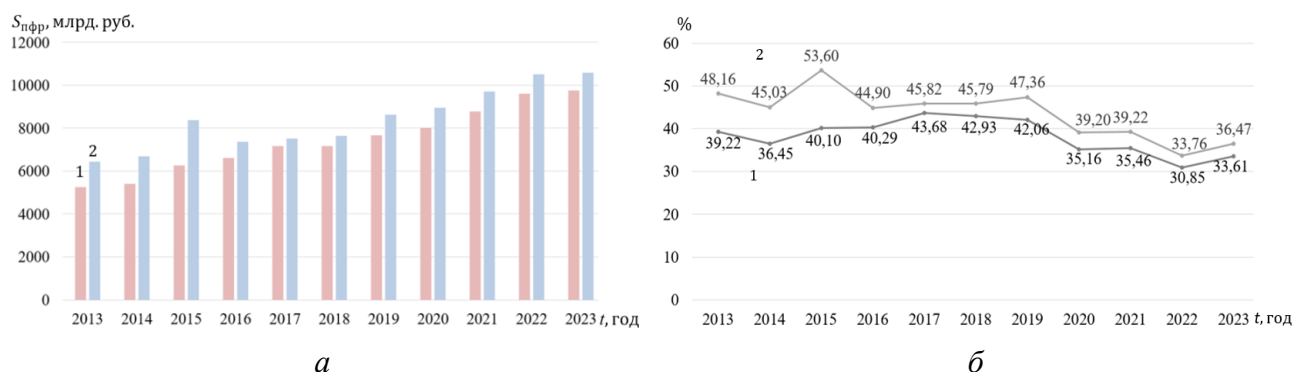


Рис. 5. Расходы ПФР на пенсионное обеспечение за период 2013–2023 гг.: а – расходы ПФР с учетом работающих пенсионеров (по факту) (1) и без них (моделируемая ситуация) (2); б – расходы ПФР в общем числе расходов РФ с учетом работающих пенсионеров (по факту) (1) и без них (2)

Таким образом, выход группы людей пенсионного возраста с рынка труда существенно увеличивает расходы государства. Наибольшая разница на изучаемом периоде 2013–2023 гг. между модельной и реальной ситуацией наблюдается в 2015 году. Увеличение нагрузки на бюджет составляет 13,5 %. Наименьшая разница в 2017 году; увеличение нагрузки на бюджет 2,14 %. Средний же процент увеличения нагрузки на бюджет за период 2013–2023 года составляет 5,41 %.

Так как снижается численность работающих людей пенсионного возраста, то снижается и общая численность работающих людей на рынке труда. Это приведет к уменьшению объема взносов в ПФР.

Список литературы

1. О внесении изменений в отдельные законодательные акты РФ и по вопросам назначения и выплаты пенсий. Федеральный закон от 03.10.2018 № 350-ФЗ // Консультант Плюс. – URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_308156.

2. Старшее поколение. Демографические показатели // Федеральная служба государственной статистики. – URL: <https://rosstat.gov.ru>.
3. Демография : учеб.-метод. пособие / Н. Л. Антонова; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский Федеральный университет. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. – 154 с.
4. *Ионцев, В. А.* Международная миграция населения и демографическое развитие. – Москва : Проспек, 2014. – 156 с.
5. Федеральная служба государственной статистики. – URL: <https://rosstat.gov.ru>.
6. Статистика и показатели. – URL: <https://rosinfostat.ru>.
7. *Кетова, К. В.* Демографические проблемы современной Удмуртии / К. В. Кетова, Д. Д. Вавилова. – Ижевск : ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2022. – 172 с.
8. *Кетова, К. В.* Математические модели экономической динамики: монография. – Ижевск : ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2013. – 284 с.
9. *Гимпельсон, В. Е.* Российский труд через призму демографии / В. Е. Гимпельсон, Р. И. Капелюшникова. – Москва : Изд. дом ВШЭ, 2020. – 436 с.
10. Счетная палата РФ. – URL: <https://ach.gov.ru>.

Об оценке величины и динамики человеческого капитала Удмуртской Республики

М. С. Кузьмин, Р. Р. Риянова

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Статья посвящена оценке величины и динамики человеческого капитала населения одного из регионов РФ. Данная задача решается для социально-экономической системы Удмуртской Республики. В ходе исследования используются официальные статистические данные о компонентах человеческого капитала региона: общая численность населения по возрастам и по годам, бюджетные расходы и частные капиталовложения населения в образование, здоровье и культуру за период 2010–2022 годы. Ввиду большого объема статистических данных для обработки, анализа и моделирования человеческого капитала была разработана и применена для расчетов информационно-аналитическая система. Получено, что за рассматриваемый период величина человеческого капитала населения Удмуртской Республики уменьшалась со средним темпом снижения 0,9 % в год, что, несомненно, негативно отражалось на социально-экономическом развитии региона. В расчете на одного человека удельная величина человеческого капитала в регионе снизилась с 629,2 тыс. руб. до 496,7 тыс. руб. (в сопоставимых ценах 2022 года). Анализ качественных компонентов человеческого капитала показал, что интегрированный подход к улучшению образования, здоровья и культурного развития населения позволит повысить качество человеческого капитала и стимулировать социально-экономическое развитие в регионе.

Ключевые слова: человеческий капитал, математическое моделирование, население, образование, здоровье, культура, информационно-аналитическая система.

Главным фактором социально-экономического развития территории, несомненно, является население с его уровнем интеллекта, навыками, состоянием здоровья, уровнем культурного развития. Оценивать национальное богатство стран и регионов через расчет человеческого капитала (ЧК) или других обобщающих показателей качества и уровня развития стали несколько десятилетий назад [1–3]. К примеру, международная Организация экономического сотрудничества и развития разработала методику оценки ЧК с точки зрения объемов инвестиций в него и изменения стоимости под воздействием различных условий [4]. Наши отечественные ученые описывают ЧК как совокупность знаний, умений и потенциала, которые также можно выразить в терминах капиталовложений [5, 6]. Именно достаточный уровень ЧК гарантирует эффективное функционирование социально-экономических систем. В связи с этим изучение величины ЧК и его динамики остается актуальным и по сей день.

Удельный человеческий капитал изменяется по времени t и возрасту человека τ :

$$h(t, \tau) = \sum_{i=1}^{n=3} \alpha_i h_i(t, \tau), \quad \alpha_i = \frac{1}{3}, \quad (1)$$

где α_i – весовые коэффициенты составляющих ЧК h_i ; капитал $h_i(t, \tau)$ измеряется в денежных единицах ($i = 1$ – образование, $i = 2$ – здоровье, $i = 3$ – культура), накапливается за счет капиталовложений и выбывает ввиду износа:

$$\frac{\partial h_i(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial h_i(t, \tau)}{\partial \tau} = -v_i h_i(t, \tau) + g_i(t, \tau) + i_i(t, \tau), \quad (2)$$

где $g_i(t, \tau)$ и $i_i(t, \tau)$ – удельные значения бюджетных и частных капиталовложений в i -ю составляющую ЧК; v_i – коэффициент выбытия i -й составляющей (для культурной составляющей коэффициента выбытия равен нулю).

Величина человеческого капитала региональной системы:

$$H(t) = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^3 \alpha_i h_i(t, \tau) \varepsilon(t, \tau) \rho(t, \tau) d\tau, \quad (3)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(t, \tau)$ – доля населения возраста τ , участвующая в общественном производстве в год t [6].

В настоящей работе ЧК рассматривается как накопленный запас здоровья, знаний, навыков, умений и культурного развития, сформированный в результате капиталовложений. Для оценки величины и динамики ЧК используется математическое моделирование с различными допущениями и ограничениями. Более подробно используемый алгоритм расчета величины ЧК представлен в работах [7, 8]. Для оценки ЧК рассматриваются три вида его составляющих – капитал образования, здоровья и культуры, каждый из которых формируется за счет инвестиций в соответствующие области.

В данном исследовании задача оценки величины динамики ЧК населения решена для социально-экономической системы Удмуртской Республики (УР) за изучаемый период 2010–2022 годы [9, 10].

Для обеспечения обработки и анализа большого объема статистических данных по УР в целях моделирования величины и динамики ЧК региона была создана информационно-аналитическая система (ИАС). Использована каскадная модель жизненного цикла ИАС [11], которая включала такие фазы разработки системы, как определение требований, проектирование, создание базы данных, реализацию, тестирование, внедрение и поддержку.

Представим некоторые результаты моделирования величины и динамики ЧК УР за период 2010–2022 годы.

Отобрана величина человеческого капитала УР, выраженная в денежном эквиваленте суммы капитала образования, здоровья и культуры населения на рис. 1. Величина ЧК значительно выросла в 2011 году по сравнению с уровнем 2010 года. При этом за рассматриваемый 12-летний период величина ЧК Удмуртской Республики уменьшалась со средним темпом снижения 0,9 % в год. Что, несомненно, является неблагоприятным показателем социально-

экономического развития региона. В расчете на одного человека удельная величина человеческого капитала (в ценах 2022 года) снизилась с 629,2 тыс. руб. в 2011 году до 496,7 тыс. руб. в 2022 году.

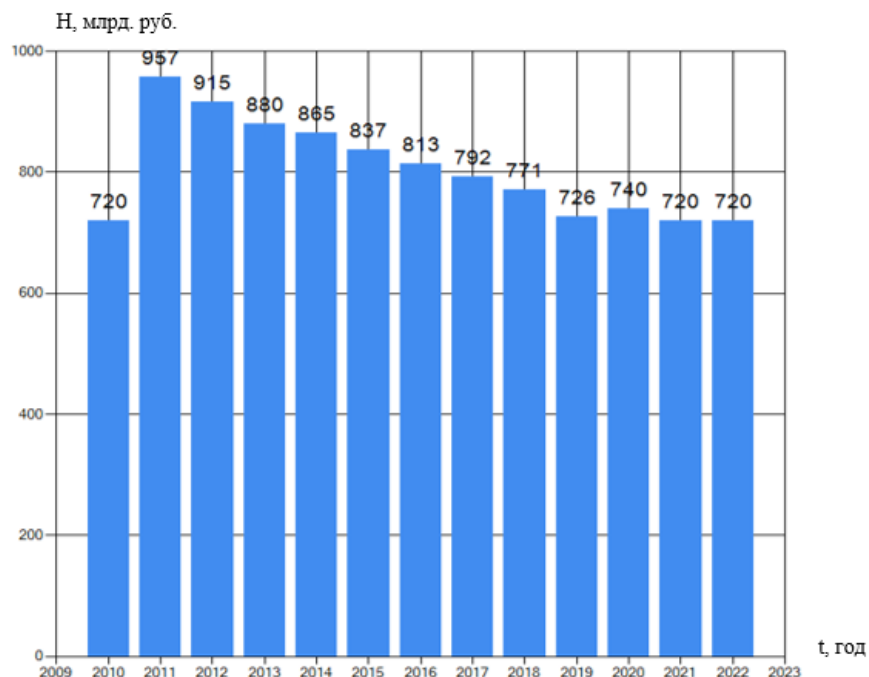


Рис. 1. Динамика величины ЧК населения УР за период 2010–2020 гг. (в ценах 2022 г.)

На рис. 2 представлена динамика численности населения УР по возрастным группам за период 2010–2022 гг.

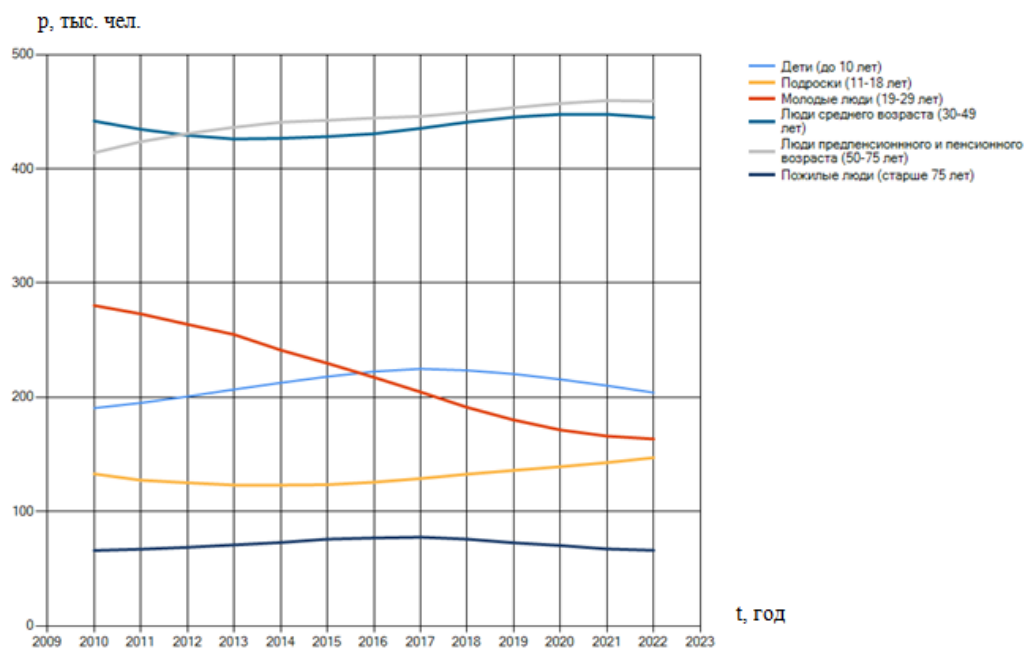


Рис. 2. Динамика численности населения УР по возрастным группам за период 2010–2022 гг.

По рис. 2 видно, что за период 2010–2022 годы численность детей в возрасте до 10 лет выросла с 190,0 тыс. чел. до 204,0 тыс. чел. (на 7,1 % относительно 2010 года). Увеличилась и численность подростков (в возрасте 11–18 лет) с 132,9 тыс. чел. до 147,0 тыс. чел. (т. е. на 10,7 %). Снизилась численность молодых людей (19–29 лет) – с 280,3 тыс. чел. до 163,4 тыс. чел. (т. е. снижение составило 41,7 % относительно уровня 2010 года). Численность людей в возрасте 30–49 лет за рассматриваемый период оставалась примерно на одном уровне. При этом выросла численность людей предпенсионного и пенсионного возраста (50–75 лет) с 414,0 тыс. чел. до 459,0 тыс. чел. (на 10,9 %).

На рис. 3 представлена динамика доли здоровых людей в УР за период 2010–2022 гг., расчеты которой реализованы в ИАС.

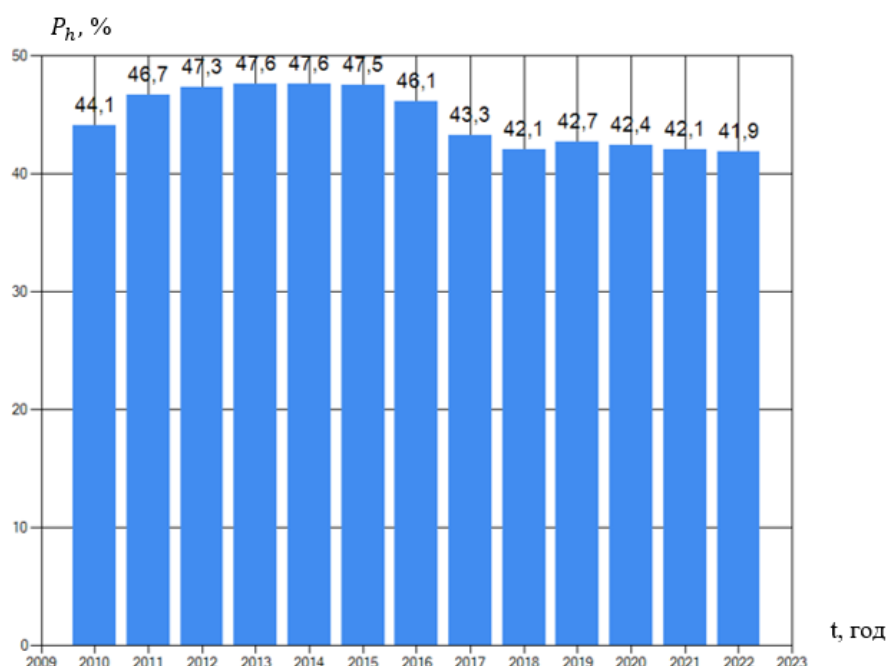


Рис. 3. Доля здорового населения в УР за период 2010–2022 гг.

Коэффициент корреляции между долей здоровых людей и величиной ЧК в УР по данным за период 2010–2022 гг. составляет 0,850, т. е. присутствует положительная сильная корреляция [12]. Интересно заметить, что имеется слабая корреляция между величиной ЧК и долей людей с высшим образованием в УР.

По рис. 4 видно, что наблюдается внушительный рост процента населения с высшим образованием: в 2010 году доля составила 20,5 %, а в 2022 году – 33,5 %. В то время как величина ЧК, напротив, снижается.

Коэффициент корреляции между долей людей с высшим образованием и величиной человеческого капитала в УР по данным за период 2010–2022 годы составляет –0,519, т. е. имеется умеренная отрицательная корреляция. Это в большей степени связано с отсутствием учета качественной структуры населения в рассмотренной методике моделирования величины ЧК населения.

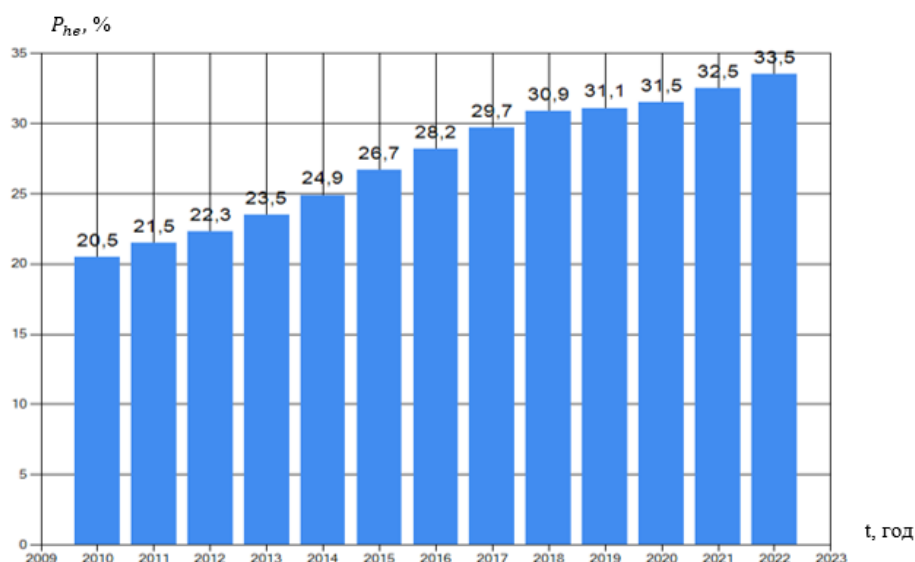


Рис. 4. Доля людей с высшим образованием среди населения УР за 2010–2022 гг.

Качество ЧК населения напрямую связано с образованием, здоровьем и всесторонним развитием населения. Внушительный рост процента населения с высшим образованием отражает адаптацию образовательной системы к потребностям рынка труда, что, в свою очередь, способствует привлечению инвестиций и развитию инновационных отраслей экономики. Снижение доли здоровых людей и ухудшение состояния здоровья населения требует особого внимания, поскольку здоровье населения напрямую влияет на производительность труда и экономический потенциал региона. Таким образом, следует внедрять учет и анализ качественных компонентов ЧК для совершенствования методики оценки человеческого капитала.

Список литературы

1. Yang Y., Zheng R., Zhao L. Population aging, health investment and economic growth: Based on a cross-country panel data analysis // International Journal of Environmental Research and Public Health. 2020. № 18 (4). Pp. 1-16. DOI: 10.3390/ijerph18041801.
2. Капелюшников, Р. И. Некогнитивные компоненты человеческого капитала: что говорят российские данные / Р. И. Капелюшников, В. Е. Гимпельсон, А. А. Зудина // Вопросы экономики. – 2020. – № 11. – С. 5–31. – DOI: 10.32609/0042-8736-2020-11-5-31.
3. Вавилова, Д. Д. Демографические проблемы современной Удмуртии. – Ижевск : ИжГТУ имени М. Т. Калашникова, 2022.
4. Liu G. Measuring the Stock Human Capital for Comparative Analysis: An Application of the Lifetime Income Approach to Selected Countries. 2011.
5. Ильинский, И. В. Человеческий капитал и современный этап научно-технической революции / И. В. Ильинский, В. В. Лизовская // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. – 2019. – № 4. – С. 3–7.
6. Ketova K., Vavilova D. Application of mathematical methods to solving problems of digitization of population movement // Hybrid Methods of Modeling and Optimization in

Complex Systems (HMMOCS-II-2023). Proceedings of the II International Workshop. ITM Web of Conferences. 2024. Vol. 59. 2002. DOI:10.1051/itmconf/20245902002.

7. *Русяк, И. Г.* Анализ погрешностей прогнозирования демографических показателей // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2004. – № 3. – С. 43–45.

8. *Ketova K. V.* Modelling a human capital of an economic system with neural networks // Journal of Physics: Conference Series. 2020. 012035. DOI: 10.1088/1742-6596/1703/1/012035.

9. Официальная статистика о населении Удмуртской Республики. – URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51924>.

10. Консолидированные бюджеты субъектов РФ и бюджетов территориальных государственных внебюджетных фондов. – URL: <http://www.roskazna.ru/ispolnenie-byudzhetrov/konsolidirovannye-byudzhety-subektov>.

11. *Риянова, Р. Р.* Разработка программного комплекса для решения задачи моделирования динамики человеческого капитала региональной системы // Детерминанты развития экономики и общества в условиях глобальных изменений: сборник статей II международной научно-практической конференции. Курск, 2024. С. 503–510.

12. *Вавилова, Д. Д.* Нейросетевая модель прогнозирования человеческого капитала // Интеллектуальные системы в производстве. 2020. Т. 18. № 1. С. 26–35. DOI: 10.22213/2410-9304-2020-1-26-35.

Разработка программного обеспечения обработки эпикризов с использованием нейросетевых моделей

И. С. Кузьминых, Д. Г. Нефедов

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье описывается процесс разработки программного обеспечения для обработки и классификации медицинских данных, основанных на текстовом описании симптомов пациентов. Сформирована база данных, содержащая симптомы и диагнозы, извлеченные из медицинских записей в формате XML. Преобразование текстовой информации в числовые векторы выполнено с помощью метода TF-IDF. Для классификации диагнозов разработана многослойная нейронная сеть, обученная на 80 % исходной выборки. Модель показала обнадеживающие результаты на тестовой выборке, что подтверждает ее потенциал в задачах автоматического распознавания медицинских диагнозов.

Ключевые слова: классификация медицинских данных, нейросетевая модель, медицинский эпикриз, автоматическая диагностика, анализ симптомов.

В современном мире нейронные сети занимают ключевое место в различных областях науки и техники, включая медицину. Способность глубокого обучения выявлять сложные закономерности в больших объемах данных делает его неоценимым инструментом для медицинской диагностики. Автоматизация диагностического процесса на основе обработки текстов эпикризов может радикально улучшить качество и доступность медицинских услуг, сократить время на диагностику и повысить ее точность.

Целью работы является создание программной системы для автоматизированной постановки медицинского диагноза по результатам обработки эпикризов.

Фундаментальной задачей выступает классификация текста медицинских эпикризов. Эта задача требовала детального анализа и аннотации ключевых элементов в текстах, таких как «диагноз» и «симптомы» [1]. Для решения этой задачи была использована платформа Доссано [2], которая позволила эффективно маркировать и классифицировать текстовые данные. Аннотирование данных в Доссано дало возможность точно определять и извлекать необходимые аспекты для последующего анализа.

Работа включает в себя две ключевые стадии: первая – разработка модели для извлечения и классификации данных из XML-форматированных эпикризов с целью их автоматической аннотации и конвертации в формат JSONL, вторая – обучение модели на аннотированных данных для определения медицинских диагнозов. Рис. 1 демонстрирует классификацию диагноза, выявленного из

текста эпикриза. На рис. 2 изображен пример меток и прогресс разметки файла эпикриза.

```
состояний, связанных со здоровьем 10 пересмотра. Версия 4" codeSystemVersion="2.21"  
displayName="Бактериальная пневмония неуточненная" xsi:type="CD"/>    </observation>  
    • Диагноз
```

Рис. 1. Разметка данных файла эпикриза вручную

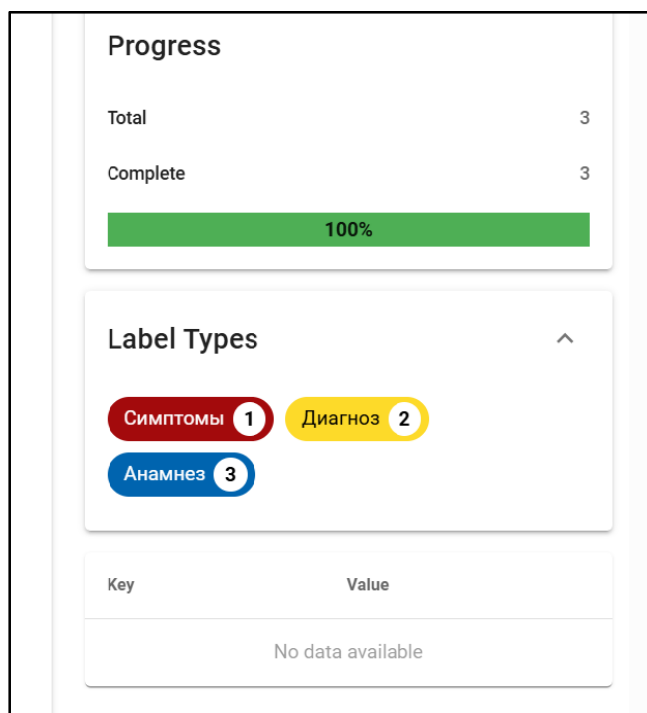


Рис. 2. Пример меток и прогресс разметки файла

Работа начинается с детальной классификации текстовых XML-файлов эпикризов, которая выполняется вручную для определения базовых параметров и структур данных, необходимых для последующего обучения моделей. Этот процесс включает разделение текста на логические сегменты и выделение ключевых медицинских терминов и показателей, которые могут быть использованы для диагностики.

Для реализации дальнейших задач обучения нейронных сетей использовалась комбинация библиотек TensorFlow и Scikit-Learn [3]. Эти инструменты были выбраны за их способность обрабатывать большие объемы текстовых данных и создавать сложные архитектуры нейронных сетей.

После завершения первоначальной разметки начинается фаза обучения с использованием усовершенствованной рекуррентной нейронной сети LSTM [4]. Эта модель настроена на обработку и анализ последовательностей данных, что позволяет ей эффективно работать с обработанной текстовой информацией из эпикризов.

Настройка модели включала использование усовершенствованных рекуррентных нейронных сетей, что позволило эффективно выявлять важные локальные паттерны и структуры в данных [5]. Это критически важно для текстовой классификации, поскольку позволяет сети улавливать контекстуальные связи.

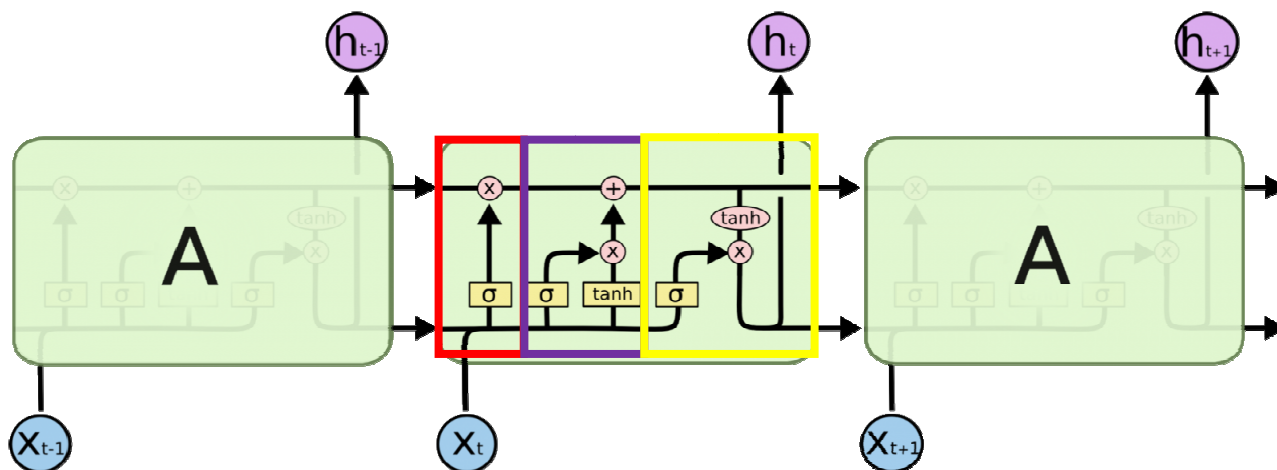


Рис. 3. Схема повторяющегося модуля в LSTM, состоящего из 4 слоев

Здесь красный блок – это фильтр забывания, определяющий, какая информация из предыдущего состояния ячейки должна быть забыта, применяя сигмоидную функцию активации; фиолетовый блок – фильтр входа, решающий, какая новая информация должна быть добавлена в состояние ячейки. Он состоит из двух частей: сигмоидного слоя, который определяет, какие значения будут обновлены, и слоя тангенса гиперболического ($\tanh$), который создает вектор новых кандидатных значений, которые могут быть добавлены в состояние ячейки; желтый слой – фильтр выхода, применяет сигмоидную функцию к текущему входу и предыдущему скрытому состоянию, чтобы решить, какие части состояния ячейки должны быть переданы. Затем выходной результат фильтра комбинируется с выходом функции $\tanh$ от текущего состояния ячейки, чтобы создать итоговый выходной сигнал ячейки.

В процессе обучения модель настраивается для автоматической идентификации и классификации новых данных, которые не были включены в первоначальный набор. Результаты автоматической разметки данных сохраняются в формате JSONL (рис. 4).

```
{
  "id":11,"text":"...",
  "label":[[5924,5929,"Диагноз"],
           [7581,7688,"Симптомы"],
           [11055,11988,"Анамнез"]]
}
```

Рис. 4. Пример данных JSONL

Результатом данной части работы стала обученная LSTM-модель, которая позволяет автоматически размечать данные в файле эпикриза, что значительно увеличивает скорость обработки данных на естественном языке. На рис. 5 приведена F1-мера обученной модели.

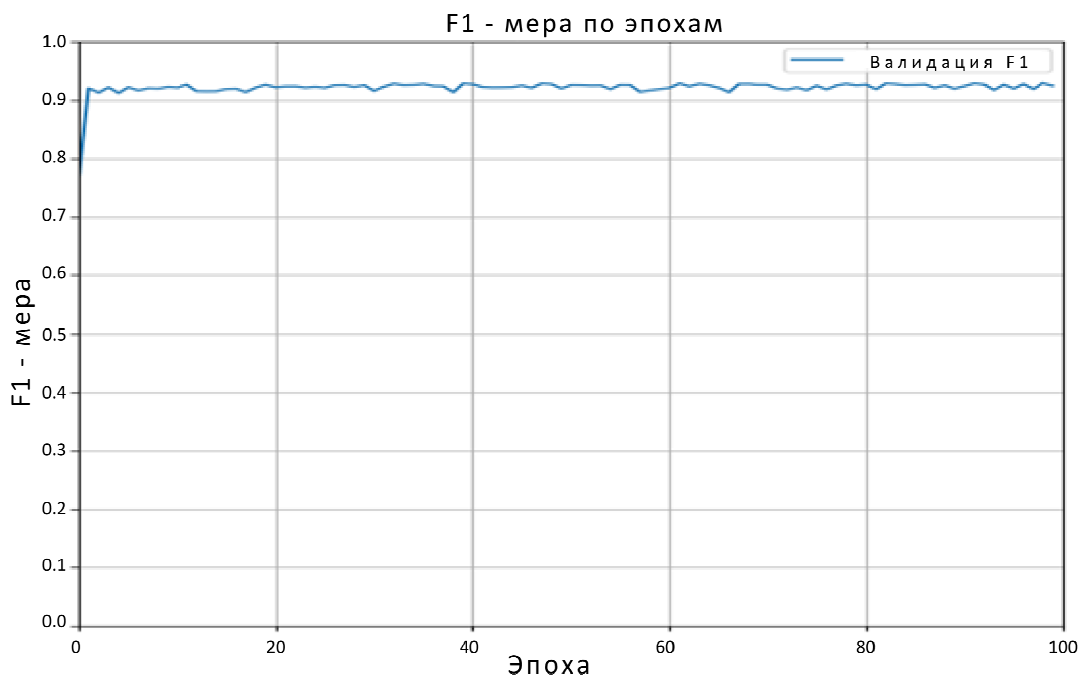


Рис. 5. F1-мера LSTM-модели

LSTM-модель, обученная на XML-файлах эпикризов с разметкой в Доссасе и конвертированных в JSONL, продемонстрировала достаточно хорошие результаты, достигнув F1-меры в 93 %. Это указывает на высокую эффективность модели в задачах автоматической разметки медицинских текстов. Высокая F1-мера свидетельствует о том, что модель успешно сочетает точность и полноту в определении и классификации важных элементов в текстах эпикризов.

После получения достаточного набора данных с помощью первой модели начинается реализация обучения полносвязной нейросети, которая обучается на уже размеченном наборе данных [6]. Модель содержит входной слой, два скрытых слоя с 128 и 64 нейронами и функцией активации ReLU, выходной слой с функцией softmax, количество нейронов на котором равно количеству уникальных классов, а также слой потерь, который минимизирует ошибку для более точного прогнозирования (рис. 6).

На рис. 7 изображен график функции ReLU:

$$f(x) = \max(x, 0), \quad (1)$$

которая добавляет необходимую нелинейность. Выходной слой использует функцию активации softmax, которая рассчитывает вероятности принадлежности к каждому из классов диагнозов (рис. 8).

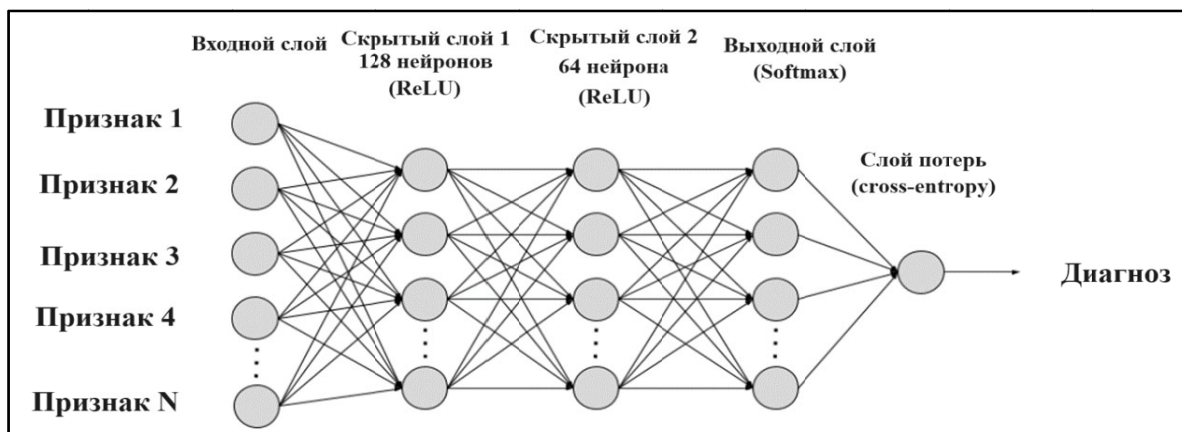


Рис. 6. Архитектура полносвязной нейросетевой модели

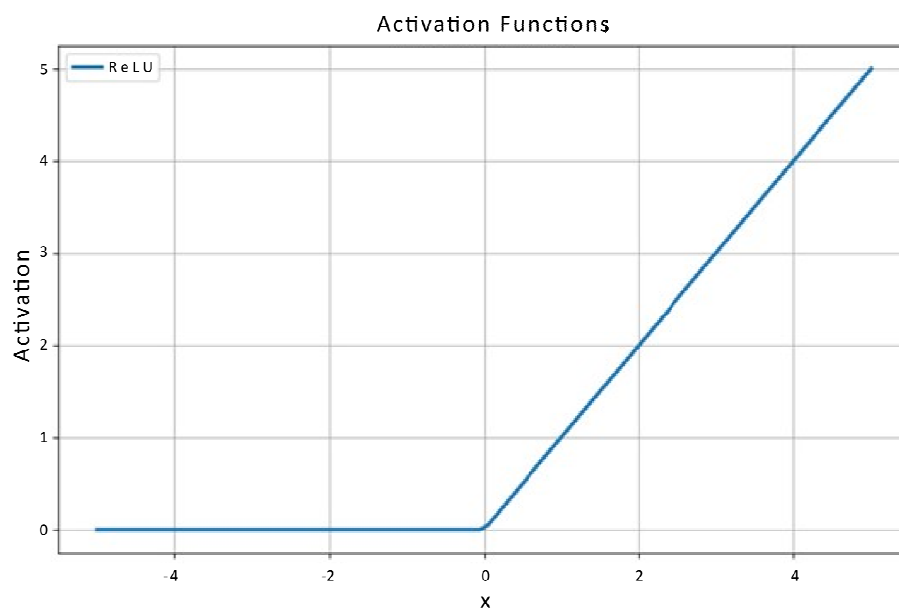


Рис. 7. График функции активации ReLU

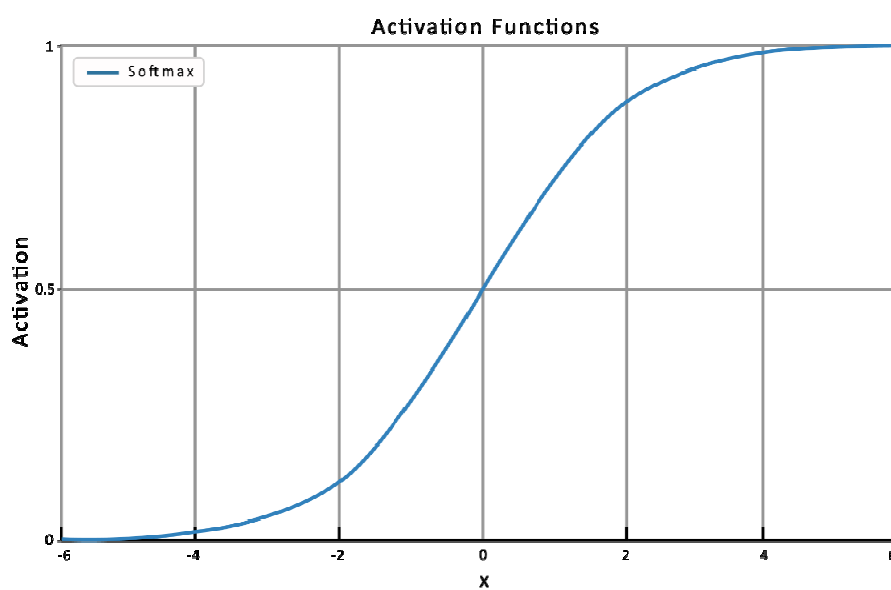


Рис. 8. График функции активации Softmax

Формула функции softmax вычисляет экспоненциальную величину (в степени e) заданного входного значения и сумму экспоненциальных значений всех входных данных. Отношение экспоненциального значения входного значения к сумме всех экспоненциальных значений будет результатом функции softmax:

$$\sigma(z)_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{i=1}^K e^{z_i}}, \quad (2)$$

где σ – функция softmax; z – входной вектор; z – входной вектор; e^{z_i} – экспоненциальная функция для входного вектора; K – количество классов.

Выбор данной архитектуры и функций активации обусловлен их способностью к эффективному распространению градиентов во время обучения, что помогает в правильной классификации на выходе и избегании проблем, связанных с исчезающими градиентами [6].

Процесс подготовки данных включал применение TfidfVectorizer для преобразования текстов в числовые векторы, оценивая важность слов в контексте всех файлов эпикризов

$$TF-IDF(t, d) = TF(t, d) \times IDF(T), \quad (3)$$

где TF – частота термина. Измеряет, как часто термин t встречается в файле эпикриза d . Определяется по формуле

$$TF(t, d) = \frac{\text{Количество вхождений термина } t \text{ в файле эпикриза } d}{\text{Общее количество терминов в файле эпикриза } d}, \quad (4)$$

IDF – обратная частота документа. Оценивает важность термина t среди всех файлов эпикризов, участвующих в обучении. Определяется по формуле

$$IDF(t, d) = \lg \left(\frac{\text{Общее количество файлов эпикризов}}{\text{Количество файлов эпикризов с термином } t} \right) + 1. \quad (5)$$

Пример TF-IDF векторизованных данных представлен в таблице.

TF-IDF векторизованные данные

Слово	TF-IDF
Инфекционный	0,490479
Высоко	0,490479
Является	0,490479
Приступ	0,373022
Расстройство	0,373022
Тот	0,000324

Модель (1)–(3) обучалась на 2378 файлах эпикризов с использованием метода обратного распространения ошибки и оптимизатора Adam. Обучение на

разделенных на валидационную и контрольную выборки данных позволило оценить обобщающую способность модели и избежать переобучения. Этот подход к классификации медицинских диагнозов демонстрирует точность и эффективность, подтверждаемую результатами тестирования модели.

После обучения модели на полученных данных результаты, представленные на графиках точности (рис. 9, а) и потерь (рис. 9, б), продемонстрировали значительные различия между обучающими и контрольными значениями.

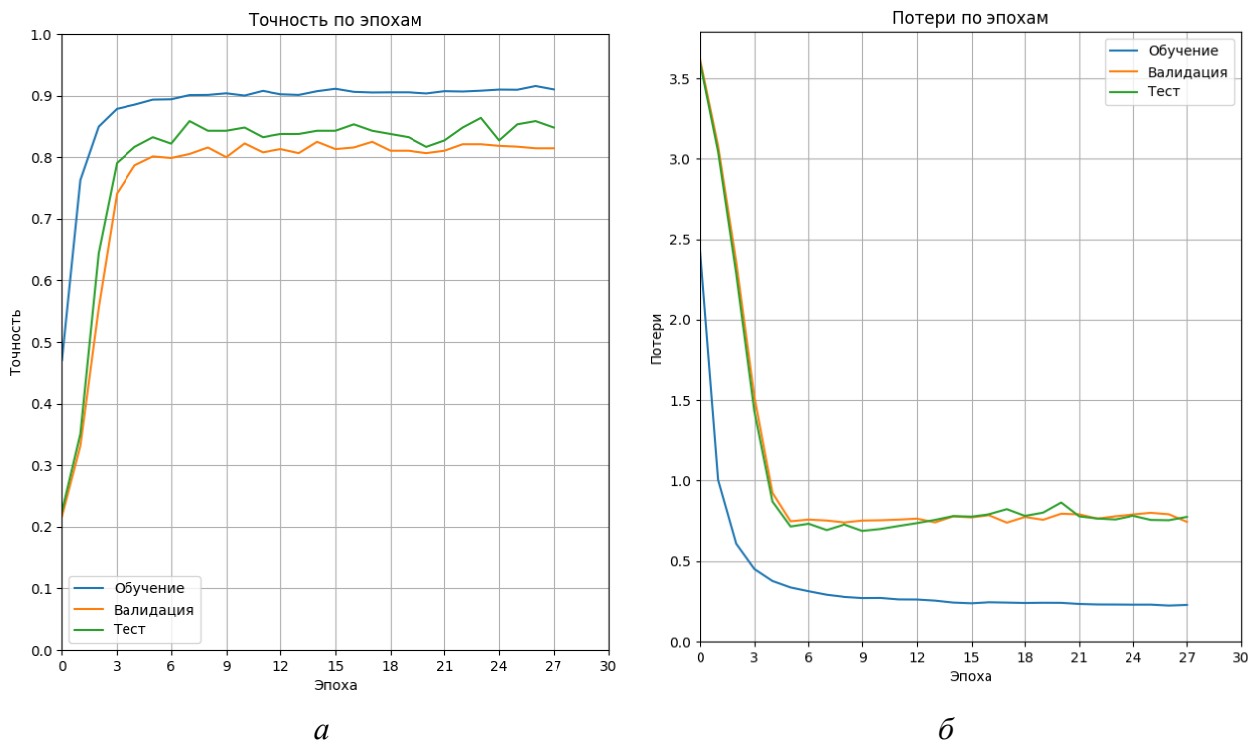


Рис. 9. Результаты обучения модели:
а – графики функции точности; б – графики функции потерь

Модель достигла точности 91,32 % на тренировочных данных, что указывает на ее способность правильно классифицировать большинство обучающих примеров. Однако точность на валидационных данных составила 81,87 %, что свидетельствует о снижении производительности при работе с новыми, ранее не встречавшимися данными.

Что касается потерь, модель показала значение 20,31 % на тренировочных данных, что свидетельствует о низком уровне ошибки при обучении. Потери на валидационных данных составили 69,91 %, что значительно выше, чем на тренировочных.

Эти различия требуют дальнейшего изучения, чтобы определить точные причины снижения производительности на контрольной выборке. Одной из возможных причин может быть недостаточное количество данных для обучения модели, что приводит к ограниченной обобщающей способности при обработке новых данных.

Для наглядной демонстрации работы модели ниже приведены входные данные и выведенный моделью диагноз (рис. 10).

Загрузите медицинский XML-файл для предсказания диагноза

Файл:

Эпикриз_2972_v1.xml

Жалобы:

на эпизоды затрудненного дыхания, возникающие 2-3 раза в неделю, сопровождающиеся свистящими хрипами, тяжестью в груди и приступообразным кашлем с трудноотделяемой вязкой мокротой.

Диагноз:

Астма с преобладанием аллергического компонента

Рис. 10. Интерфейс для определения диагноза из файла эпикриза

Заключение

В статье рассмотрены возможности применения нейронных сетей для автоматизации процесса медицинской диагностики на основе анализа текстов медицинских эпикризов. Была разработана и успешно протестирована модель глубокого обучения, способная классифицировать медицинские диагнозы, основываясь на симптомах, изложенных в текстовых данных. Использование технологий TensorFlow и Scikit-Learn позволило создать эффективную систему, которая демонстрирует высокую точность в классификации диагнозов на тренировочных данных и приемлемую точность на валидационных данных.

Результаты тестирования модели подтвердили ее потенциал в области медицинской диагностики, хотя разница в производительности на тренировочной и валидационной выборках указывает на возможные направления для дальнейшего улучшения. Проблемы, такие как переобучение и обобщающая способность, могут быть решены через увеличение объема данных для обучения, использование техник аугментации данных, а также оптимизацию архитектуры, гиперпараметров модели и увеличение количества групп классифицируемых данных. Это подчеркивает важность продолжения исследований в данной области, чтобы усовершенствовать методы автоматической обработки медицинских текстов и повысить эффективность диагностических систем.

Список литературы

1. Сердюк, Ю. П. Система извлечения упоминаний симптомов из текстов на естественном языке с помощью нейронных сетей / Ю. П. Сердюк, Н. А. Власова, С. Р. Момот // Программные системы: теория и приложения. – 2023. – Т. 14, № 1 (56). – С. 95–123. – URL: https://psta.psisiras.ru/read/psta2023_1_95-123.pdf.
2. Doccano. – URL: <https://doccano.github.io/doccano> (дата обращения: 9.05.2024).
3. Герон, О. Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn и TensorFlow / пер. сангл. – Москва : ДМК Пресс, 2017. – С. 150–170.
4. Hochreiter S, Schmidhuber J. Long Short-Term Memory. Neural Computation. No. 9. P. 1735-1780. DOI:10.1162/neco.1997.9.8.1735.
5. Рашка, С. Python и машинное обучение / пер. с англ. – Москва : ДМК Пресс, 2020. – С. 101–120.
6. Чоллет, Ф. Глубокое обучение на Python / пер. с англ. – Москва : ДМК Пресс, 2018. – С. 75–95.

Разработка приложения для композиции двух изображений с помощью вейвлет-преобразования в среде MatLab

А. А. Никитин

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

Разработано приложение для композиции двух изображений с помощью вейвлет-преобразования в среде MatLab. Рассматривается применение дискретного вейвлет-преобразования: загрузка изображений и их разложение на вейвлет-коэффициенты; композиция вейвлет-коэффициентов с использованием разных видов слияний и получение результата в виде изображения; очистка изображения от наложенного шума с помощью вейвлет-преобразования.

Ключевые слова: вейвлет, сигнал, изображение, вейвлет-преобразование, композиция вейвлет-коэффициентов, шум, очистка от шума.

В последнее время широко используются методы обработки данных, основанные на вейвлет-преобразованиях. Вейвлеты – это математические функции, позволяющие анализировать различные частотные компоненты данных.

Вейвлеты обладают существенными преимуществами по сравнению с преобразованием Фурье, потому что вейвлет-преобразование позволяет судить не только о частотном спектре сигнала, но также о том, в какой момент времени появилась та или иная гармоника. С их помощью можно легко анализировать прерывистые сигналы или сигналы с острыми всплесками.

Дискретное вейвлет-преобразование

Любое изображение можно представить как функцию двух переменных $f(x, y)$. Алгоритм вейвлет-преобразования аналогичен одномерному случаю двумерной функции. Полагаем что $\varphi(x)$ – масштабируемая функция (отцовский вейвлет), а $\psi(x)$ – вейвлет (материнский вейвлет). Они порождают ортонормированные базисные функции в пространстве $L_2(R): \{\varphi_{j,n}\}, \{\psi_{j,n}\}$.

Тензорное произведение этих функций порождает следующие базисные функции в $L_2(R^2)$:

$$\begin{aligned} \{\varphi\varphi_{j,n,m}(x, y) &= \varphi_{j,n}(x) \times \varphi_{j,m}(y)\}, \\ \{\varphi\psi_{j,n,m}(x, y) &= \varphi_{j,n}(x) \times \psi_{j,m}(y)\}, \\ \{\psi\varphi_{j,n,m}(x, y) &= \psi_{j,n}(x) \times \varphi_{j,m}(y)\}, \\ \{\psi\psi_{j,n,m}(x, y) &= \psi_{j,n}(x) \times \psi_{j,m}(y)\}. \end{aligned}$$

Соответствующие коэффициенты разложения принято называть следующим образом:

- аппроксимирующие коэффициенты $A_j = \{aa_{j,n,m}\}$ получаются как коэффициенты разложения по базису $\phi\phi_{j,n,m}(x,y)$;
- горизонтальные коэффициенты $H_j = \{ad_{j,n,m}\}$ получаются как коэффициенты разложения по базису $\phi\psi_{j,n,m}(x,y)$;
- вертикальные коэффициенты $V_j = \{da_{j,n,m}\}$ получаются как коэффициенты разложения по базису $\psi\phi_{j,n,m}(x,y)$;
- диагональные коэффициенты $D_j = \{dd_{j,n,m}\}$ получаются как коэффициенты разложения по базису $\psi\psi_{j,n,m}(x,y)$.

На втором уровне разложения такой же обработке подвергается матрица коэффициентов $A_1 \rightarrow (A_2, H_2, V_2, D_2)$. В итоге, приходим к следующей схеме разложения (F – матрица исходного изображения):

$$F \rightarrow (A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow (A_2, H_2, V_2, D_2, A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow \dots$$

Отметим закономерность изменения размеров двумерных массивов коэффициентов разложения, а именно: на каждом уровне разложения размеры массивов новых коэффициентов уменьшаются в два раза по сравнению с предыдущими массивами. При этом сумма размеров массивов коэффициентов равна размеру исходной матрицы F , что говорит о сохранении «объема» информации, содержащейся в F . Например, пусть исходная матрица F имеет размеры 512 (число строк) $\times$ 384 (число столбцов). Тогда массивы коэффициентов A_1, H_1, V_1, D_1 имеют размеры 256×192 , массивы коэффициентов A_2, H_2, V_2, D_2 – размеры 128×96 и так далее.

Обратное двумерное вейвлет-преобразование выполняется следующим образом:

$$\dots \rightarrow (A_2, H_2, V_2, D_2, A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow (A_1, H_1, V_1, D_1) \rightarrow F.$$

При переходе с уровня j на уровень $j-1$ размеры всех матриц коэффициентов увеличиваются в два раза.

Двумерным вейвлет-представлением с глубиной разложения J (с начального уровня $j = j_0$) будем называть запись:

$$\begin{aligned} f(x,y) = & \sum_k \sum_n aa_{j_0+J,k,n} \phi\phi_{j_0+J,k,n}(x,y) + \\ & \sum_{j=1}^J \sum_k \sum_n ad_{j_0+J,k,n} \phi\psi_{j_0+J,k,n}(x,y) + \\ & \sum_{j=1}^J \sum_k \sum_n da_{j_0+J,k,n} \psi\phi_{j_0+J,k,n}(x,y) + \\ & \sum_{j=1}^J \sum_k \sum_n dd_{j_0+J,k,n} \psi\psi_{j_0+J,k,n}(x,y), \end{aligned}$$

где $aa_{j_0+J,k,n}(x,y)$, $ad_{j_0+J,k,n}(x,y)$, $da_{j_0+J,k,n}(x,y)$, $dd_{j_0+J,k,n}(x,y)$ – коэффициенты разложения по базовым функциям, а

$$\phi\phi_{j_0+J,k,n}(x,y), \phi\psi_{j_0+J,k,n}(x,y), \psi\phi_{j_0+J,k,n}(x,y), \psi\psi_{j_0+J,k,n}(x,y)$$

являются элементами матриц A_j, H_j, V_j, D_j соответственно [1–6].

Результаты работы

На представленных ниже рис. 1–6 приводятся результаты работы программы.

1. Композиция изображений с помощью вейвлет-преобразования.

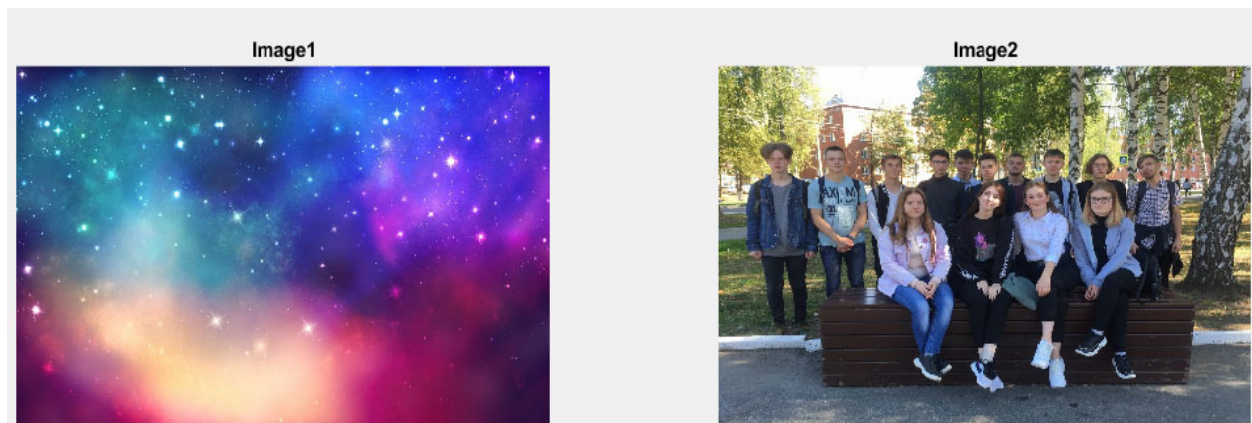


Рис. 1. Исходные изображения для будущей композиции

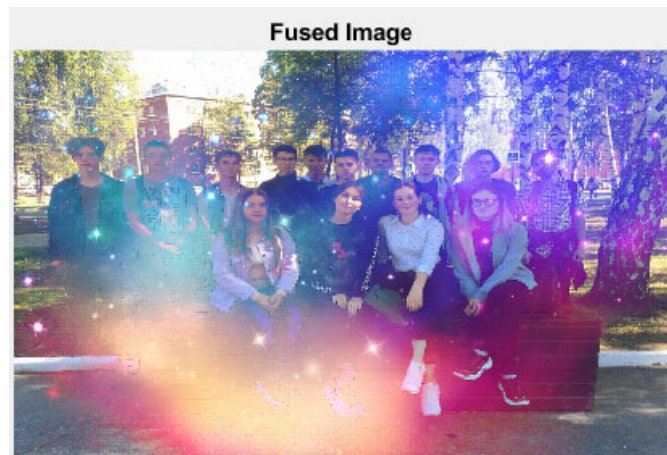


Рис. 2. Результат композиции двух изображений

2. Очистка изображений с помощью композиции изображений.

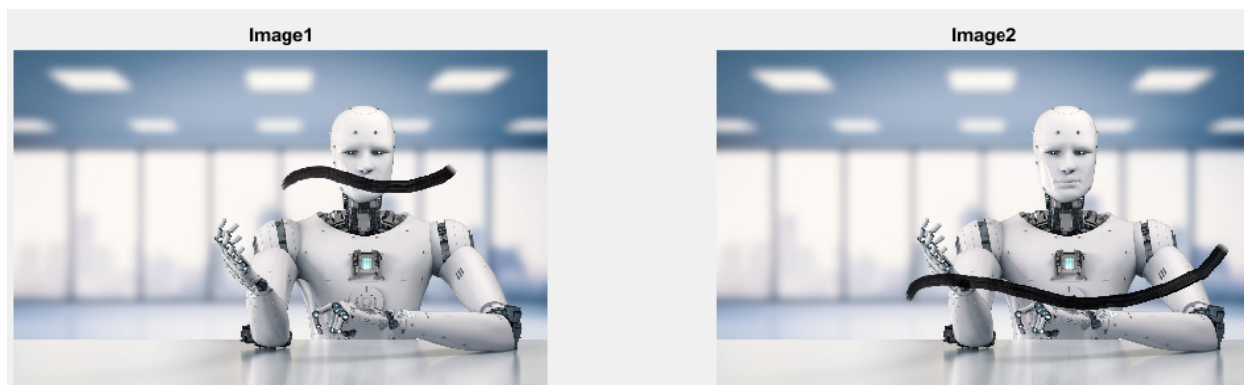


Рис. 3. Исходные изображения для будущей очистки изображений с помощью композиции

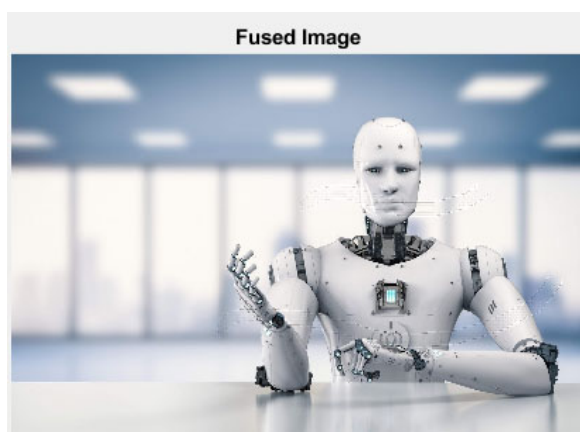


Рис. 4. Результат композиции

3. Очистка изображений от шума Гаусса с помощью вейвлетов.

На изображение наложен гауссовский шум со средним значением 0 и дисперсией 0.005.

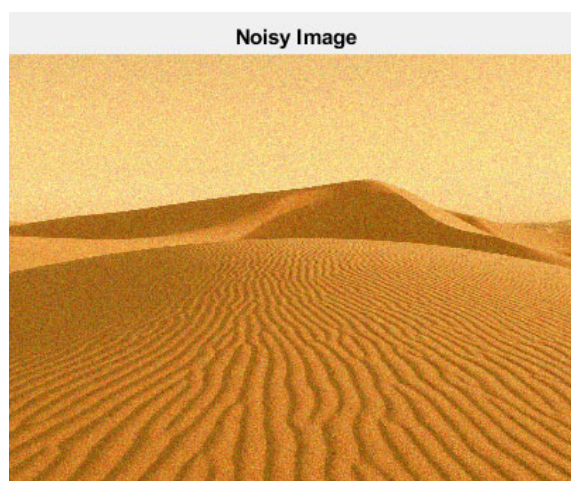


Рис. 5. Изображение с наложенным шумом

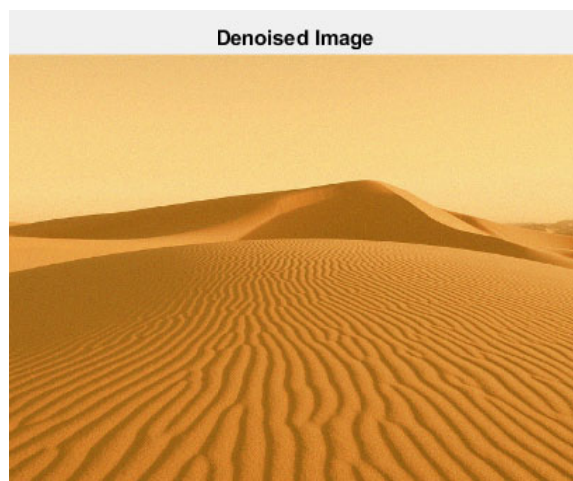


Рис. 6. Изображение, очищенное от шума

Выполнение поставленных задач позволило не только освоить Wavelet Toolbox как инструмент моделирования, но и разработать программное обеспечение, являющееся эффективным инструментом для визуализации и анализа различных сигналов. Полученные знания и практические навыки представляют ценность для дальнейших исследований в области моделирования и анализа динамических сигналов.

Список литературы

1. *Геппенер, В. В.* Вейвлет-преобразование в задачах цифровой обработки сигналов : учеб. пособие / В. В. Геппенер, Д. А. Черниченко, С. А. Экало. – Санкт-Петербург : Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2002. – 64 с.
2. *Добеши, И.* Десять лекций по вейвлетам. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
3. *Дьяконов, В.* Matlab. Обработка сигналов и изображений: Специальный справочник. – Санкт-Петербург : Питер, 2002. – 608 с.
4. *Дьяконов, В.* Вейвлеты. От теории к практике. – Москва : Солон-Р, 2002. – 448 с.
5. *Чуи, Ч.* Введение в вейвлеты / пер. с англ. – Москва : Мир, 2001. – 412 с.
6. *Воскобойников, Ю. Е.* Вейвлет-фильтрация сигналов и изображений : Монография. – Новосибирск, 2018. – 222 с.

Моделирование рождаемости в Удмуртской Республике в делении по типу поселения и очередности рождения детей

А. С. Черепанова, А. В. Корепанова

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова

В статье анализируется рождаемость в городских и сельских типах поселения по очередности рождения детей в семьях на примере данных одного из регионов РФ. Статистической базой исследования являются официальные данные Удмуртской Республики за период 2000–2022 годы, включающие информацию о рождаемости и показателях, влияющих на ее динамику. В ходе исследования предложены математические модели зависимости уровня рождаемости от таких факторов, как соотношение числа женщин к числу мужчин, уровень доходов населения и наличие выплат материнского капитала. Уровень рождаемости в исследовании представляет собой отношение количества рождений за определенный промежуток времени, приходящихся на 1000 человек населения, проживающего в соответствующем типе поселения. Построение математических моделей рождаемости выполнено методами машинного обучения, реализованными на языке программирования Python. Построенные математические модели уровня рождаемости в делении по типу поселения и очередности рождения детей имеют коэффициент детерминации в диапазоне от 0,68 до 0,98, при этом средняя ошибка аппроксимации варьируется от 3,5 до 8,6 %. Анализ коэффициентов в математических моделях показал, что наибольшее влияние на уровень рождаемости оказывает соотношение числа женщин фертильного возраста к числу мужчин. Вторым по значимости влияния на рождаемость является такой фактор, как отношение среднедушевых доходов населения к прожиточному минимуму в регионе.

Ключевые слова: математическое моделирование, уровень рождаемости, факторы, корреляционно-регрессионный анализ.

В современном государстве существует необходимость регулярного мониторинга за динамикой показателей уровня рождаемости, так как одним из факторов стабильного воспроизводства населения является наличие достаточного числа рождений детей. Динамика рождаемости определяет в будущем экономическое положение страны и ее регионов, и наоборот, социально-экономическое развитие влияет на уровень рождаемости [1].

Очевидно, существует множество факторов, определяющих уровень рождаемости. Эти факторы разнообразны и отличаются друг от друга по силе, направлению действия, времени и по другим характеристикам [2, 3]. К примеру, состояние здоровья населения, способность к фертильности, уровень брачности и миграции населения прямым образом влияют на уровень рождаемости в том или ином регионе. Косвенное влияние на рождаемость оказывают уро-

вень материального благополучия, образования, культуры и психоэмоционального развития людей; эти факторы воздействуют на интенсивность рождаемости через систему взаимозависимых явлений [4].

Стабильный естественный прирост населения гарантирует государству развитие и процветание. В настоящее время на территории РФ заметно снижение уровня рождаемости [5], которое обусловлено рядом причин: изменение социально-экономической и политической обстановки, миграция населения и др. Поэтому актуальной задачей является выявление запускающих рост рождаемости механизмов в целях повышения естественного прироста населения.

Исходя из результатов предыдущих исследований [6] выявлено, что уровень рождаемости зависит от соотношения числа женщин фертильного возраста к числу мужчин. К тому же он значительно отличается по типу поселения, что частично связано с уровнем благосостояния семей в городах и селах [7]. Также доказано влияние наличия программы материнского капитала в РФ на рождаемость в регионах [8], однако недостаточно проанализировано это влияние в делении по очередности рождений. Ввиду вышесказанного в настоящей работе предлагается при моделировании уровня рождаемости учитывать не только тип поселения, но и очередность рождения детей в семье.

Обозначим уровень рождаемости $\delta_j^i(t)$ как отношение количества рождений за промежуток времени t , приходящихся на 1000 человек населения, проживающих в определенной местности. Индекс i обозначает принадлежность к типу поселения: $i = 1$ – для городов, $i = 2$ – для сел. Индекс j отражает очередность рождения детей в семьях: $j = 1$ – первые дети, $j = 2$ – вторые дети, $j = 3$ – третьи и последующие дети.

Моделирование уровня рождаемости выполним на примере официальных статистических данных по Удмуртской Республике (УР) за 2000–2022 годы [9]. Построим математические модели зависимости уровня рождаемости в делении по типу поселения от таких факторов, как соотношение числа женщин (X_0) к числу мужчин (X_1), наличие выплат материнского капитала m (1 – да, 0 – нет) и уровень доходов населения d (отношение среднедушевых доходов населения к прожиточному минимуму в регионе).

Для определения качества полученных математических моделей, аппроксимирующих уровень рождаемости, воспользуемся такими показателями, как коэффициент детерминации и средняя относительная ошибка аппроксимации модели [10, 11].

Методами машинного обучения, реализованными на языке программирования Python, получены математические модели, описывающие зависимость уровня рождаемости *первых детей* в семьях УР в делении по типу поселения:

$$\tilde{\delta}_1^1 = -5074 \cdot (X_0 / X_1) + 10217 \cdot (X_0 / X_1)^2 - 5143 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,03 \cdot m - 0,15 \cdot d, \quad (1)$$

$$\tilde{\delta}_1^2 = 2201 \cdot (X_0 / X_1) - 4372 \cdot (X_0 / X_1)^2 + 2172 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,13 \cdot m + 0,49 \cdot d. \quad (2)$$

Модельные и статистические значения уровня рождаемости первых детей в семьях в делении по типу поселения для УР представлены на рис. 1, а, б.

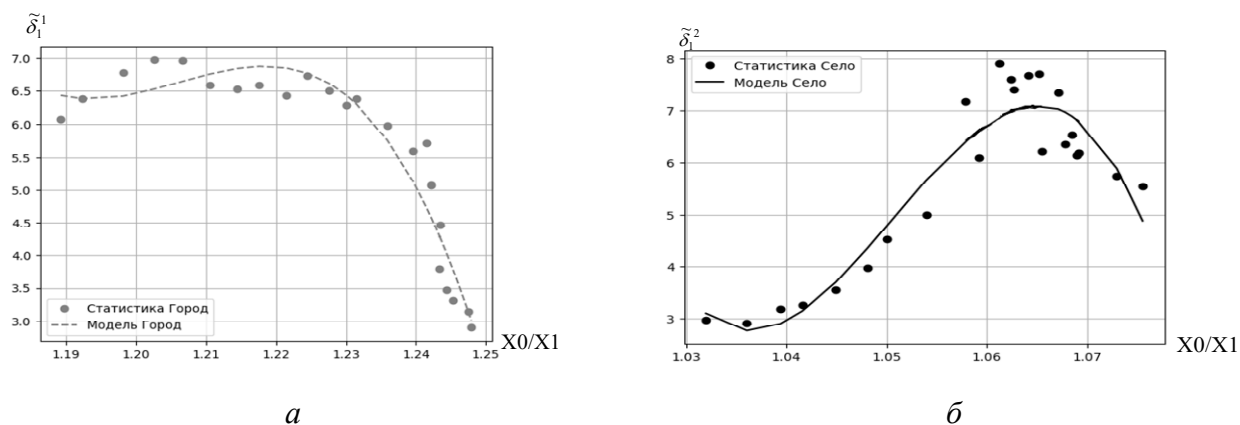


Рис. 1. Статистические и модельные значения уровня рождаемости первенцев по типу поселения в УР: а – город, б – село

Коэффициент детерминации для модели (1) равен 0,92, а для модели (2) – 0,89. При этом средние ошибки аппроксимации моделей составили: для модели (1) – 4,8 %, для модели (2) – 5,5 %.

Математические модели, описывающие зависимость уровня рождаемости вторых детей в семьях в делении по типу поселения, представлены регрессионными уравнениями:

$$\tilde{\delta}_2^1 = -6333 \cdot (X_0 / X_1) + 12663 \cdot (X_0 / X_1)^2 - 6330 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,04 \cdot m + 0,17 \cdot d, \quad (3)$$

$$\tilde{\delta}_2^2 = 2734 \cdot (X_0 / X_1) - 5473 \cdot (X_0 / X_1)^2 + 2739 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,29 \cdot m + 0,46 \cdot d. \quad (4)$$

Модельные и статистические значения уровня рождаемости вторых детей в делении по типу поселения для УР представлены на рис. 2, а и б.

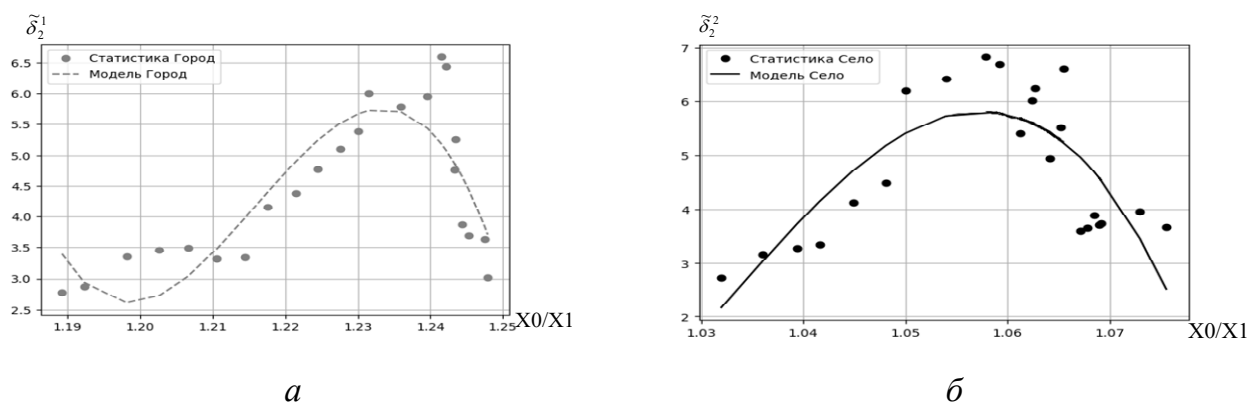


Рис. 2. Статистические и модельные значения уровня рождаемости вторых детей по типу поселения в УР: а – город; б – село

Здесь имеем коэффициенты детерминации: 0,72 – для модели городского типа поселения (3), 0,68 – для сельского типа поселения (4). Средняя ошибка аппроксимации модели (3) равна 8,6 %, модели (4) – 7,7 %. Как видно на графиках, присутствует разброс модельных значений от статистических.

Построим математические модели зависимости уровня рождаемости третьих и последующих детей в делении по типу поселения. Получены следующие математические модели:

$$\tilde{\delta}_3^1 = 323 \cdot (X_0 / X_1) + 586 \cdot (X_0 / X_1)^2 - 262 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,04 \cdot m + 0,19 \cdot d, \quad (5)$$

$$\tilde{\delta}_3^2 = 1608 \cdot (X_0 / X_1) - 3287 \cdot (X_0 / X_1)^2 + 1679 \cdot (X_0 / X_1)^3 + 0,11 \cdot m + 0,25 \cdot d. \quad (6)$$

Модельные и статистические значения уровня рождаемости третьих и последующих детей для УР представлены на рис. 3, а и б.

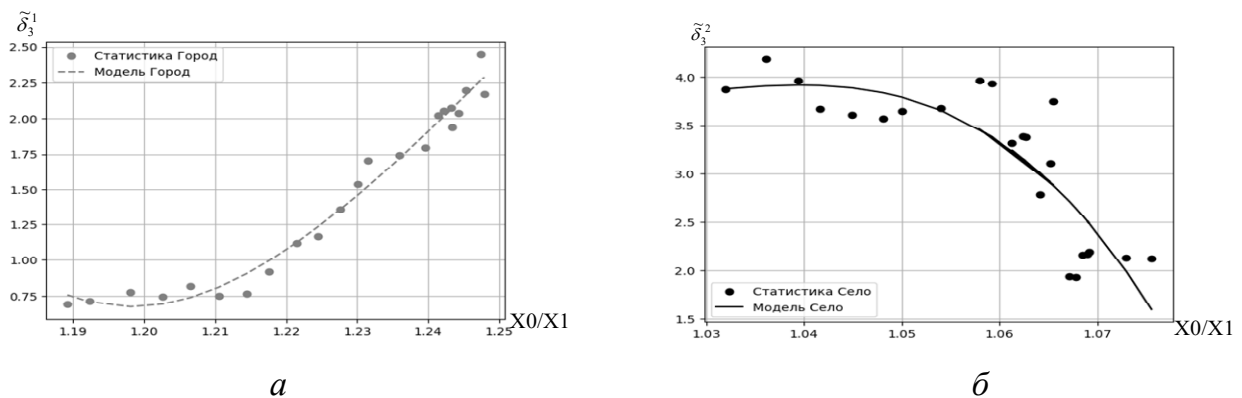


Рис. 3. Статистические и модельные значения уровня рождаемости третьих и последующих детей по типу поселения в УР: а – город, б – село

Коэффициенты детерминации равны: 0,98 – для модели городского типа поселения (5), 0,74 – для сельского типа поселения (6). Средняя ошибка аппроксимации модели (5) равна 3,5 %, модели (6) – 5,1 %.

Построенные математические модели уровня рождаемости по очередности рождений (1)–(6) имеют коэффициент детерминации в диапазоне от 0,68 до 0,98, при этом средняя ошибка аппроксимации варьируется от 3,5 до 8,6 %.

На рис. 4 отражена фактическая и модельная динамика суммарного числа рождений детей в городах УР $\tilde{\delta}^1 = \tilde{\delta}_1^1 + \tilde{\delta}_2^1 + \tilde{\delta}_3^1$. Модельная динамика рождаемости получена с использованием формул (1)–(6).

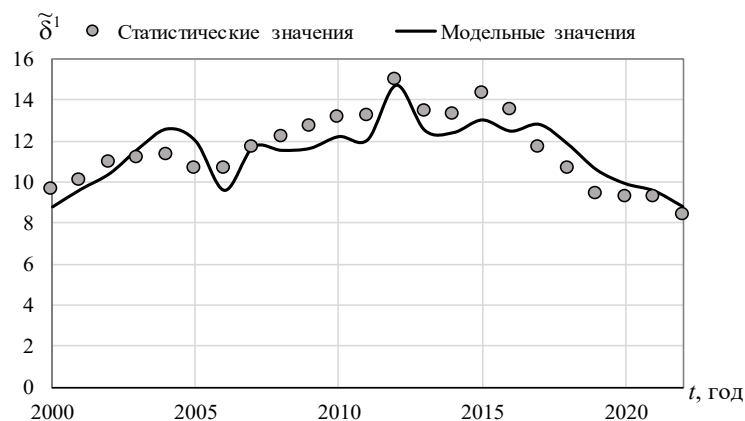


Рис. 4. Статистические и модельные значения уровня рождаемости детей в городах УР за период 2000–2022 годы

Среднее относительное отклонение уровня рождаемости в городе $\tilde{\delta}^1$ от его статистических значений δ^1 для УР за 2000–2022 годы составило 6,2 %.

На рис. 5 отражена фактическая и модельная динамика суммарного числа рождений детей в селах УР $\tilde{\delta}^2 = \tilde{\delta}_1^2 + \tilde{\delta}_2^2 + \tilde{\delta}_3^2$. Модельная динамика рождаемости получена с использованием формул (1)–(6). Среднее относительное отклонение уровня рождаемости в селах $\tilde{\delta}^2$ от статистических значений δ^2 для УР за 2000–2022 годы составило 5,8 %.

Таким образом, модели (1)–(6) пригодны для моделирования и прогнозирования динамики рождаемости в Удмуртской Республике, поскольку достаточно точно аппроксимируют динамику данного показателя как в делении по типу поселения, так и в делении по очередности рождения детей в семье.

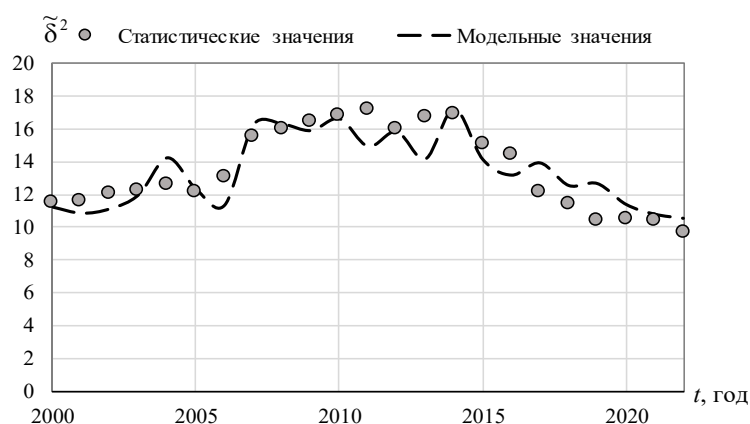


Рис. 5. Статистические и модельные значения уровня рождаемости детей в селах УР за период 2000–2022 годы

Анализ коэффициентов в математических моделях при факторах показал, что наибольшее влияние на уровень рождаемости оказывает соотношение числа женщин фертильного возраста к числу мужчин. Вторым по значимости фактором является такой фактор, как отношение среднедушевых доходов населения к прожиточному минимуму в регионе.

Список литературы

1. Басовский, Л. Е. О социально-экономических факторах демографических процессов в регионах современной России: рождаемость / Л. Е. Басовский, Е. Н. Басовская // Научные исследования и разработки. Экономика. – 2023. – Т. 11, № 6. – С. 27–30.
2. Вавилова, Д. Д. Демографические проблемы современной Удмуртии. – Ижевск, 2022.
3. Латов, Ю. В. Скрытая дилемма российской социально-экономической политики стимулирования рождаемости / Ю. В. Латов, Н. В. Латова // Журнал экономической теории. – 2021. – Т. 18, № 3.

4. *Кетова, К. В.* Разработка методов исследования и оптимизация стратегии развития экономической системы региона : дис. ... д-ра физ.-мат. наук / ГОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет». – Ижевск, 2008.
5. *Бахтизин, А. Р.* Демографическая агент-ориентированная модель России и оценка ее применимости для решения практических управленческих задач / А. Р. Бахтизин, В. Л. Макаров, А. А. Максаков // Искусственные общества. – 2021. – DOI: 10.18254/S207751800015357-1.
6. *Кетова, К. В.* Исследование влияния демографических, социально-экономических, медико-биологических, экологических, этнических факторов на рождаемость в Удмуртской Республике / К. В. Кетова, Д. Д. Вавилова, А. С. Черепанова // Социально-экономическое управление: теория и практика. – 2024. – Т. 20, № 1. – С. 26–35.
7. *Вавилова, Д. Д.* Факторный анализ уровня рождаемости на статистических материалах по Удмуртской Республике / Д. Д. Вавилова, А. С. Черепанова // II Липановские научные чтения. – 2023. – С. 155–160.
8. *Черепанова, А. С.* Эконометрическое моделирование влияния фактора материнского капитала на уровень рождаемости в регионе // Интеллектуальные системы в производстве. – 2023. – Т. 21, № 2. – С. 58–68. – DOI: 10.22213/2410-9304-2023-2-58-68.
9. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Удмуртской Республике. – URL: <https://18.rosstat.gov.ru/folder/51924> (дата обращения: 30.03.2024).
10. *Русяк, И. Г.* Анализ погрешностей прогнозирования демографических показателей // Вестник Ижевского государственного технического университета. – 2004. – № 3. – С. 43–45.
11. *Вавилова, Д. Д.* Методика, модели и алгоритмы программного обеспечения для анализа и прогноза динамики человеческого капитала : дис. ... канд. техн. наук. – Томск, 2022.

Сведения об авторах

Бондарев Филипп Сергеевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), mr.fil414@gmail.com

Булатов Валерий Алексеевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), valery.bulatow@yandex.ru

Вавилова Дайана Дамировна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), daiana1604@yandex.ru

Васильева Ирина Васильевна, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), irina-udm@yandex.ru

Дементьев Вячеслав Борисович, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, директор Института механики Удмуртского федерального исследовательского центра Уральского отделения РАН (г. Ижевск), заведующий кафедрой «Технологии производства систем вооружения» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), demen@udman.ru

Дюкин Антон Евгеньевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), anton.dyukin1020@gmail.com

Жиделева Анастасия Алексеевна, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), nastya.zhideleva.01@mail.ru

Загребина Анастасия Артемовна, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), zagrebina_nastya@bk.ru

Зерари Раян, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), rayane.zerari20@gmail.com

Ицков Александр Григорьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), itscov@uni.udm.ru

Кетова Каролина Вячеславовна, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), ketova_k@mail.ru

Клюкин Даниил Анатольевич, аспирант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), anatoliikljukin@mail.ru

Корепанова Алла Вячеславовна, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), solnishko_al@mail.ru

Королев Станислав Анатольевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), stkj@mail.ru

Кузнецов Николай Павлович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), tmitmm-kuznetsov@istu.ru

Кузьмин Михаил Степанович, старший преподаватель кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), kuzmin.mikhail68@mail.ru

Кузьминых Илья Сергеевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), kuzminykh6@mail.ru

Липанов Алексей Матвеевич, доктор технических наук, профессор, академик РАН, академик РАН, главный научный сотрудник Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН (г. Москва), профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), aml35@yandex.ru

Майков Дмитрий Николаевич, ведущий специалист ООО «Сиам Мастер», младший научный сотрудник Удмуртского федерального исследовательского центра Уральского отделения РАН (г. Ижевск), dimaMS2@mail.ru

Мансуров Рустам Ренатович, аспирант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), otum@bk.ru

Моряков Сергей Николаевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), rebbit123456@gmail.com

Нефедов Денис Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), Denisnefedov1@yandex.ru

Никитин Айзат Айратович, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), nikitin.ayzat@list.ru

Риянова Раушания Руслановна, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), frau.rianowa@yandex.ru

Рылов Даниил Алексеевич, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), daril31@mail.ru

Суфиянов Вадим Гарайханович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), vsufiy@istu.ru

Трефилов Даниил Алексеевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), trefilov.2002@inbox.ru

Тугбаева Анастасия Сергеевна, аспирант Удмуртского федерального исследовательского центра Уральского отделения РАН (г. Ижевск), anastasia_tugbaeva@mail.ru

Федоров Анатолий Иванович, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), fedorov_anatolii@inbox.ru

Федорычев Егор Андреевич, студент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), egorfedorycev@mail.ru

Хамидуллин Рифкат Равилевич, инженер-программист 2-й категории ООО «Газпром межрегионгаз Ижевск», аспирант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), 1rifkat1@gmail.com

Черепанова Анна Сергеевна, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), ChAnna@yandex.ru

Юминов Андрей Юрьевич, магистрант кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (г. Ижевск), Yuminov47@yandex.ru

Электронное научное издание

«III Липановские научные чтения»

Материалы региональной школы-семинара
молодых ученых, аспирантов и студентов
«Высокопроизводительные вычисления, визуальные технологии
и математическое моделирование задач механики, баллистики
и управления техническими и социально-экономическими системами»
(Ижевск, 13–14 июня 2024 г.)

Адрес в информационно-телекоммуникационной сети:

https://lipanovskie-chteniya.istu.ru/files/Липановские_чтения_2024.pdf

Дата размещения на сайте: 31.10.2024

В редакции авторов

Технический редактор *С. В. Логинова*
Корректор *М. А. Ложкина*
Верстка *С. В. Петуховой*
Дизайн обложки *К. Н. Сабура*

Подписано к использованию 31.10.2024
Объем 9,9 МБ. Уч.-изд. л. 6,3. Заказ № 170

Издательство управления информационных ресурсов
Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова
426069, Ижевск, Студенческая, 7